

Pojemność elektryczna i kondensatory

Umieścimy na przewodniku ładunek Q . Przyjmijmy zero potencjału w nieskończoności. Potencjał przewodnika jest proporcjonalny do ładunku (dlaczego?). Współczynnik proporcjonalności zależy od kształtu i wymiarów przewodnika, a jest tak przydatny, że nadano mu nazwę: *pojemność elektryczna*.

$$C = \left| \frac{Q}{\varphi} \right|$$

Jednostkę pojemności [Q/V] przyjęto nazywać *faradem* i oznaczać literą F .

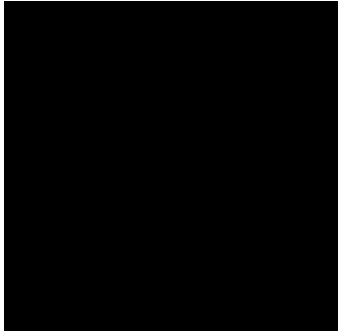
Potrafimy łatwo policzyć pojemność elektryczną kuli. Jej potencjał wynosi wszak

$$\varphi = \frac{Q}{4 \pi \varepsilon_0 r}$$

zatem jej pojemność jest proporcjonalna do promienia i wynosi

$$C = 4 \pi \varepsilon_0 r$$

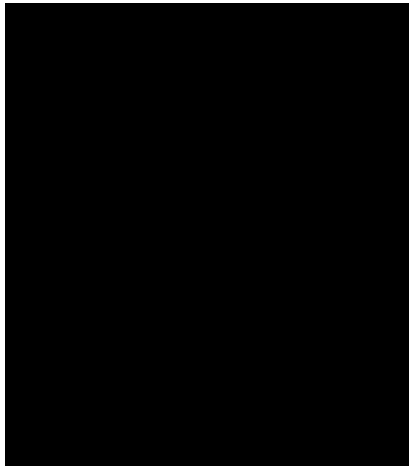
Wstawiając promień kuli ziemskiej otrzymujemy pojemność około $700 \mu F$. Farad jest niepraktycznie wielką jednostką...



Kondensator składa się z dwóch przewodników (zwanymi okładkami) rozdzielonych izolatorem. Taki układ przewodników skuteczniej niż pojedynczy przewodnik gromadzi ładunek elektryczny.

Pojemność kondensatora zdefiniujemy jako stosunek zgromadzonego ładunku do napięcia (różnicy potencjałów) między okładkami

$$C = \frac{Q}{U}$$



Pierwsze kondensatory miały kształt butelki oklejonej z zewnątrz i od wewnątrz folią metalową. Nadano im nazwę butelek lejdejskich.

Obliczymy na przykład pojemność kondensatora płaskiego. Składa się on z równoległych płytek o powierzchni S umieszczonych w odległości d , małej w stosunku do wymiarów płytek. Natężenie pola między różnoimiennie naładowanymi płaszczyznami już liczyliśmy. Pole jest jednorodne:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

Zatem różnica potencjałów wyniesie

$$U = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 S}$$

i ostatecznie pojemność

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

Zajmijmy się jeszcze na chwilę energią potencjalną naładowanego przewodnika. W ogólności możemy napisać wyrażenie na energię potencjalną układu ładunków

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1; j \neq i}^n \frac{q_j}{r_{ij}} \right)$$

Wyrażenie w nawiasie jest potencjałem wytworzonym w miejscu gdzie znajduje się ładunek q_i przez wszystkie pozostałe ładunki:

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i$$

Nasze wyrażenie możemy łatwo uogólnić na ciągły rozkład ładunku o gęstości σ na powierzchni S

$$E_p = \frac{1}{2} \int_S \sigma \varphi dS$$

Jeżeli interesuje nas ładunek na przewodniku, to potencjał jest stały i możemy go wyciągnąć przed całkę

$$E_p = \frac{1}{2} \varphi \int_S \sigma dS$$

$$E_p = \frac{Q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2}$$

Podobnie rozważając energię potencjalną naładowanego kondensatora otrzymujemy

$$E_p = \frac{QU}{2} = \frac{CU^2}{2}$$

Elektrostatyka nie daje oczywistej odpowiedzi gdzie zmagazynowana jest ta energia, ale jak później zobaczymy może być ona transportowana przez fale elektromagnetyczne bez pośrednictwa ładunków. To zaś oznacza, że zgromadzona jest w polu elektrycznym.

Powróćmy jeszcze do naładowanego kondensatora płaskiego: napiszmy równanie na energię potencjalną i podstawmy wyrażenie na jego pojemność

$$E_p = \frac{C U^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 S}{d} (E d)^2 = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} S d = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} V$$

gdzie V jest objętością ograniczoną okładkami kondensatora. Wyrażenie

$$w_e = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$$

możemy uważać za objętościową gęstość energii pola elektrycznego. Wyprowadziliśmy je dla szczególnego przypadku, ale okazuje się, że jest słuszne dla pola wytworzonego przez dowolny układ ładunków.

Oznacza to, że ***energię potencjalną układu ładunków można zawsze obliczyć znając jedynie przestrzenny rozkład pola elektrycznego:***

$$E_p = \int_V \frac{\epsilon_0 E^2}{2} dV$$

gdzie V jest całą objętością, w której znajduje się pole elektryczne.

Czy to nie dramatyczne? Wprowadziliśmy pole elektryczne jako metodę opisu, a teraz okazuje się, że posiada ono własną energię!

Do policzenia

-- Wyprowadźmy znane (?...) wzory na równoległe i szeregowo połączenie kondensatorów.

-- Po naładowaniu kondensator płaski odłączamy od źródła zasilania. Następnie zwiększamy odległość między okładkami - na przykład dwukrotnie. Jak będą się zmieniać ładunek na kondensatorze, natężenie pola i różnica potencjałów między okładkami oraz energia zgromadzona w polu elektrycznym? Jak będą zmieniać się te wielkości jeżeli kondensator zostanie cały czas podłączony do źródła zasilania?

Do przemyślenia w długie deszczowe wieczory:

-- N punktów połączono kondensatorami o pojemności C systemem każdy z każdym. Jaka jest wypadkowa pojemność układu pomiędzy dwoma wybranymi punktami? (zadanie pochodzi z *Olimpiady Fizycznej*).

-- Oblicz pojemność kondensatora składającego się z dwóch jednakowych kulek przewodzących umieszczonych w odległości dużej w porównaniu z ich promieniem. Porównaj ją z pojemnością pojedynczej kulki. Czy widzisz jakąś sprzeczność?