

Prąd elektryczny

Dotychczas zajmowaliśmy się zjawiskami związanymi z ładunkami spoczywającymi. Obecnie zajmiemy się zjawiskami zachodzącymi podczas uporządkowanego ruchu ładunków, który często nazywamy prądem elektrycznym.

Ładunek może być transportowany przez nośniki (elektrony lub jony) poruszające się wewnątrz ciała stałego, w cieczy lub w gazie. Strumień naładowanych cząstek poruszający się w próżni, a także ruch naładowanego ciała jako całości to też przepływ prądu...

Omawiając przewodniki twierdziliśmy, że po umieszczeniu ich w polu elektrycznym nośniki ładunku płyną tak długo, aż wyrównają się potencjały we wszystkich punktach przewodnika. Jeżeli będziemy za pomocą działania zewnętrznego stale wymuszać różnicę potencjałów, to nośniki będą stale się poruszać dążąc do wyrównania tej różnicy. Popłynie *prąd elektryczny*.

Dla określenia wielkości prądu wprowadza się pojęcie jego *nateżenia* (często mówi się po prostu *prąd*) jest to ładunek przepływający przez przekrój poprzeczny przewodnika w jednostce czasu

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

lub precyzyjniej w postaci różniczkowej

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Jednostką nateżenia prądu jest *amper* oznaczany przez *A*.

Jeżeli prąd nie płynie równomiernie przez cały przekrój przewodnika opisujemy go za pomocą gęstości prądu, czyli natężenia prądu przypadającego na jednostkę powierzchni przekroju prostopadłego do kierunku prądu

$$j = \frac{\Delta I}{\Delta S_{\text{prostop}}}$$

a dokładniej

$$j = \frac{dI}{dS_{\text{prostop}}}$$

wygodnie jest potraktować gęstość jako wektor, którego kierunek jest zgodny z kierunkiem przepływu prądu.

Możemy wtedy zapisać

$$\Delta I = j \cdot \Delta S$$

gdzie powierzchnia ΔS nie musi już być prostopadła do kierunku prądu.

Prąd przepływający przez zamkniętą powierzchnię S możemy zapisać jako

$$I = \oint_S j \cdot dS$$

jednocześnie natężenie prądu możemy zapisać jako prędkość ubywania ładunku w obszarze ograniczonym powierzchnią

$$I = -\frac{dQ}{dt}$$

porównując obydwa wyrażenia otrzymujemy

równanie ciągłości

$$\frac{dQ}{dt} + \oint_S \vec{j} \cdot \vec{dS} = 0$$

będące matematycznym zapisem prawa zachowania ładunku elektrycznego

Przechodząc z postaci całkowej do różniczkowej (podobnie jak to robiliśmy w przypadku prawa Gaussa) otrzymujemy to samo równanie w postaci różniczkowej

$$\frac{\delta \rho}{\delta t} + \nabla \cdot \vec{j} = 0$$

W przypadku stacjonarnego prądu stałego ładunek w przewodniku się nie zmienia, a równania ciągłości przybierają postać

$$\oint_S \vec{j} \cdot \vec{dS} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{j} = 0$$

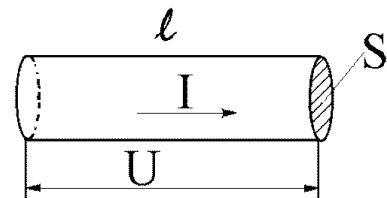
Prawo, które nie zawsze obowiązuje, czyli o przywiązaniu do tradycji...

Przyjrzyjmy się typowemu przewodnikowi i zbudujemy mikroskopowy model jego przewodnictwa. W miedzi mamy koncentrację n około $10^{29}/\text{m}^3$ elektronów przewodnictwa. W temperaturze 300K poruszają się one chaotycznie ze średnią prędkością 10^6m/s , a średni czas pomiędzy kolizjami τ wynosi około $3 \cdot 10^{-14}\text{s}$. W polu elektrycznym elektrony doznają przyspieszenia $a = F/m_e$, a zatem osiągają prędkość (zwaną *prędkością dryfu*)

$$v_d = a \tau = \frac{e E \tau}{m_e}$$

Po podstawieniu danych dla miedzi czeka nas zaskoczenie: prędkość dryfu elektronów jest rzędu 10^{-2}m/s ...

Rozważmy przewodnik o powierzchni przekroju S i długości l , do którego przyłożono różnicę potencjałów U .



Prąd płynący przez przewodnik

możemy zapisać jako

$$I = v_d S n e = \frac{e^2 n \tau}{m_e} S E = \sigma S E$$

Widać, że ułamek zależy tylko od własności materiału przewodnika i dla danego materiału jest stały. Nazwaliśmy go *przewodnictwem właściwym* i oznaczyliśmy przez σ . Pole elektryczne jest jednorodne, możemy więc zapisać

$$I = \frac{\sigma S}{l} U ; U = \frac{l}{\sigma S} I ; U = R I$$

Widzimy, że natężenie prądu jest proporcjonalne do napięcia. Współczynnik proporcjonalności charakteryzuje dany przewodnik. Nazywamy go *oporem elektrycznym*.

Już w 1826 r. Ohm stwierdził, że przy utrzymywaniu stałej różnicy potencjałów między końcami przewodnika płynie stały prąd. Jednostkę oporu [V/A] nazywamy omem i oznaczamy przez Ω . Jak widać z naszych rozważań opór jest proporcjonalny do długości przewodnika, a odwrotnie proporcjonalny do jego przekroju:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

współczynniki proporcjonalności ρ ($=1/\sigma$) nazywamy *oporem właściwym*. Oczywiście podobnie jak σ charakteryzuje on materiał przewodnika niezależnie od jego wymiarów.

Mimo, że prawo Ohma zdobyło sporą “popularność”, trzeba stwierdzić, że nie jest to uniwersalne prawo przyrody - opisuje ono jedynie niektóre przewodniki i to dla niezbyt szerokiego zakresu napięć i prądów. Nasz model zakładał stałość zarówno koncentracji n , jak i czasu τ , a to jest duży optymizm! Wyidealizowany “przewodnik” podlegający prawu Ohma, a o niezerowym oporze będziemy często nazywać *opornikiem*.

Możemy zapisać prawo Ohma uniezależniając się od wymiarów przewodnika

$$I = \sigma S E \Rightarrow j = \sigma E$$

a biorąc pod uwagę, że \vec{j} i \vec{E} mają ten sam kierunek

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

Często zamiast czasu τ do charakteryzowania nośników używa się *ruchliwości* μ zdefiniowanej jako

$$\mu = \frac{e \tau}{m_e}$$

mamy wtedy

$$v_d = \mu E ; \sigma = e n \mu$$

Praca i moc prądu elektrycznego

Przenosząc ładunki q w przewodniku siły pola elektrycznego wykonują pracę

$$W = q U$$

Wykonana praca jest równa energii cieplnej wydzielanej w przewodniku. Ponieważ dla prądu stałego ładunek $q=It$ otrzymujemy

prawo Joule'a - Lenza

$$W = U I t$$

Wydzielana w przewodniku moc wyraża się więc wzorem

$$P = U I$$

Jeżeli możemy przyjąć, że opór przewodnika jest stały (obowiązuje prawo Ohma) możemy moc wyrazić również

przez

$$P = \frac{U^2}{R} = I^2 R$$

Do przemyślenia w długie zimowe wieczory:

-- Zastanów się jak można wyrazić przewodnictwo właściwe materiału, w którym prąd przewodzą *niezależnie* dwa rodzaje nośników.

-- Podczas przepływu prądu elektrycznego przez metale elektrony przewodnictwa zderzają się z jonami sieci przekazując im energię i pęd. Mimo to nie obserwujemy działającej na przewodnik siły zgodnej z kierunkiem przepływu prądu. Dlaczego?!

Do policzenia

-- Szeregowe i równoległe połączenie oporników...