

## Rozdział 5

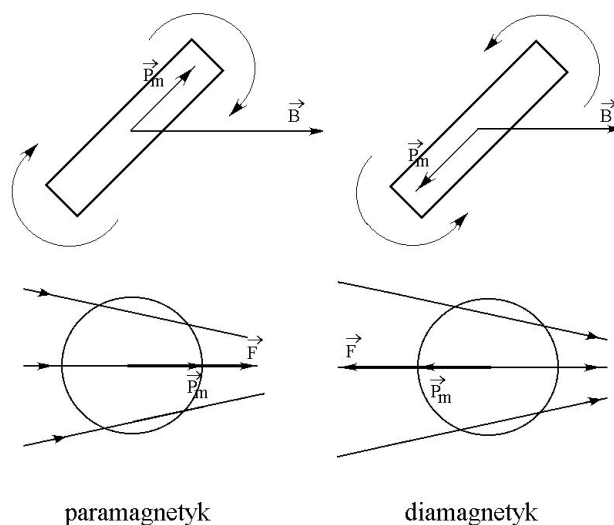
# Magnetostatyka — ośrodki materialne

### 5.1 Przenikalność magnetyczna. Wektor namagnesowania

W rozdziale tym rozpatrywać będziemy wpływ ośrodka materialnego na pola magnetyczne, wytworzone przez przewodniki z prądem, oraz wzajemne oddziaływanie tych przewodników i poruszających się ładunków. Omówimy też w skrócie przyczyny zróżnicowania własności magnetycznych poszczególnych rodzajów substancji.

Można stwierdzić, że wszystkie substancje materialne posiadają określone właściwości magnetyczne. Lekki pręt, wykonany z dowolnego materiału i zawieszony swobodnie w jednorodnym polu magnetycznym ustawia się bądź równolegle, bądź prostopadle do kierunku linii sił pola. Na próbkę danego materiału, umieszczoną w niejednorodnym polu magnetycznym, działa siła, skierowana do obszaru silniejszego pola, bądź też skierowana przeciwnie, do obszaru słabszego pola (rys. 5.1). Zjawiska te tłumaczymy indukowaniem się w danym materiale własnego momentu magnetycznego  $\mathbf{p}_m$  pod wpływem zewnętrznego pola magnetycznego. W pierwszym wymienionym przypadku moment magnetyczny danego ciała jest skierowany zgodnie (pod kątem mniejszym od kąta prostego) z kierunkiem pola zewnętrznego; w drugim przypadku przeciwnie (pod kątem większym od prostego) do kierunku pola zewnętrznego. Substancje pierwszego rodzaju zaliczamy do *paramagnetyków* lub *ferromagnetyków*, drugiego rodzaju — do *diamagnetyków*.

Jak będzie omawiane dalej, moment magnetyczny substancji, umieszczonej w polu magnetycznym, wytwarza się w wyniku oddziaływania zewnętrznego pola z poszczególnymi atomami lub cząsteczkami tej substancji. Oznacza to, że każdy atom lub cząsteczka posiada własny, trwały bądź indukowany przez zewnętrzne pole magnetyczne, dipolowy moment magnetyczny. Istnienie momentów magnetycznych atomów i cząsteczek można, w ramach



Rysunek 5.1:

półklasycznej teorii Bohra, tłumaczyć ruchem elektronów po zamkniętych orbitach wokół jąder atomów. Tego rodzaju ruch elektronu jest równoważny zamkniętemu obwodowi z prądem, który posiada określony moment magnetyczny. Takie mikroprądy, płynące w atomach lub cząsteczkach, nazywamy *prądami molekularnymi*. Hipotezę istnienia prądów molekularnych wysunął po raz pierwszy w XIX wieku A. Ampère.

Można stwierdzić, że wartość indukcji pola magnetycznego, wytworzonego w danym punkcie przestrzeni przez przewodnik z prądem lub trwały magnes zależy, przy niezmiennych innych warunkach, od rodzaju ośrodka. Związek między wartością indukcji pola magnetycznego  $\mathbf{B}$  w danej substancji i indukcji pola magnetycznego  $\mathbf{B}_0$  w próżni ma postać:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{B}_0. \quad (5.1)$$

gdzie współczynnik  $\mu$  nazywa się *względną przenikalnością magnetyczną* substancji i charakteryzuje jej własności magnetyczne. Podany wzór jest spełniony z dobrą dokładnością w przypadku paramagnetyków i diamagnetyków. W przypadku ferromagnetyków związek między  $\mathbf{B}$  i  $\mathbf{B}_0$  nie jest, ściśle mówiąc, jednoznaczny. Dla paramagnetyków wartość  $\mu$  jest nieco większa od jedności, dla diamagnetyków nieco mniejsza od jedności. Można przyjmując umownie, że w przypadku ferromagnetyków  $\mu \gg 1$ . Wygodniej jest posługiwać się, zamiast przenikalności magnetycznej, pojęciem *podatności magnetycznej*  $\chi_m$  danej substancji, zdefiniowanej zależnością:

$$\chi_m = \mu - 1. \quad (5.2)$$

Wówczas dla paramagnetyków  $\chi_m > 0$ , dla diamagnetyków  $\chi_m < 0$ , przy czym w obu przypadkach  $|\chi_m| \ll 1$ .

Ze względu na małe wartości podatności para- i diamagnetyków pomiar tej wielkości na podstawie wartości pola magnetycznego, wytworzonego np. przez przewodnik z prądem, umieszczony w danym ośrodku, byłby bardzo kłopotliwy. W praktyce wyznacza się podatność magnetyczną danego materiału, mierząc siłę, działającą na wykonaną z niego próbkę umieszczoną w polu magnetycznym. Jeżeli ciało o momencie dipolowym  $\mathbf{p}_m$  jest umieszczone w niejednorodnym polu magnetycznym to, jak można prosto wykazać, działa nań siła:

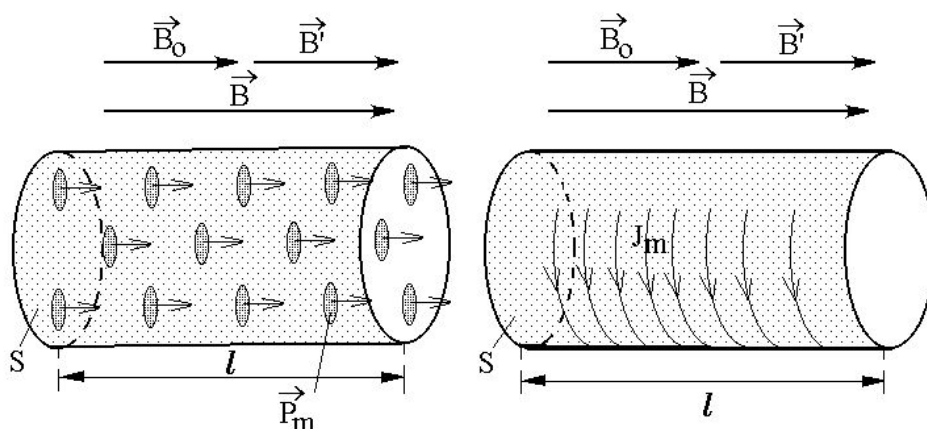
$$F = p_m \frac{dB}{dx}. \quad (5.3)$$

Natomiast indukowany przez zewnętrzne pole moment magnetyczny próbki, mającej kształt kulki o promieniu  $r$ , jest równy:

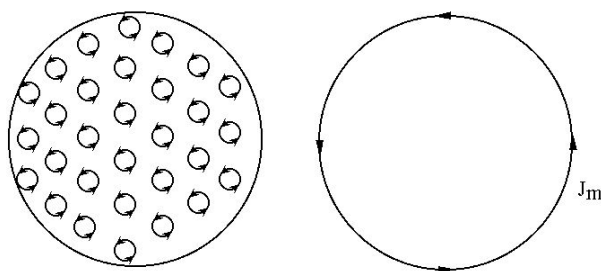
$$p_m = \frac{\chi_m V B}{\mu_0 \mu} = \frac{4\pi \chi_m r^3 B}{3\mu_0 \mu}, \quad (5.4)$$

gdzie  $V$  jest objętością kulki (wzór ten wynika ze wzorów, podanych dalej w tym i następnym podrozdziałach). Powyższe wzory umożliwiają wyznaczenie podatności magnetycznej danego materiału.

Zmiana wartości indukcji pola magnetycznego w ośrodku materialnym w porównaniu z jej wartością w próżni w przypadku gdy źródło pola magnetycznego, np. przewodnik z prądem, pozostaje niezmiennym, tłumaczy się uporządkowaniem kierunków momentów dipolowych atomów lub cząsteczek ośrodka i wytworzeniem w nim własnego pola magnetycznego. Pod wpływem zewnętrznego pola powstaje określone namagnesowanie ośrodka, analogicznie do polaryzacji dielektryków w polu elektrycznym. Podamy obecnie bardziej szczegółowy opis tego zjawiska.



Rysunek 5.2:



Rysunek 5.3:

Załóżmy, że w obszar jednorodnego zewnętrznego pola magnetycznego o indukcji  $\mathbf{B}_0$  został wprowadzony paramagnetyk (w przypadku diamagnetyka zmieni się kierunek momentów magnetycznych atomów; podane wzory pozostaną słuszne). Przyjmijmy, że ma on kształt kołowego walca o przekroju  $S$  i długości  $l$  (rys. 5.2). Powstające w paramagnetyku wewnętrzne pole magnetyczne  $\mathbf{B}'$ , związane z uporządkowaniem momentów magnetycznych jego atomów wzdłuż linii sił zewnętrznego pola, sumuje się z zewnętrznym polem magnetycznym  $\mathbf{B}_0$ , dając wypadkowe pole  $\mathbf{B}$ :

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}'. \quad (5.5)$$

W dowolnym przekroju  $S$  walca, prostopadłym do jego osi, wszystkie prądy molekularne kompensują się wzajemnie. Wyjątek stanowią prądy płynące po powierzchni walca (rys. 5.3). Wytwarzają one wewnątrz walca pole, którego indukcję magnetyczną  $\mathbf{B}'$  można obliczyć na podstawie wzoru na pole magnetyczne długiego solenoidu (por. podrozdział 4.5),

$$B' = \frac{\mu_0 I_m N}{l}. \quad (5.6)$$

Wygodnie jest obecnie zdefiniować gęstość natężenia prądu molekularnego  $J_m$ , równą całkowitemu natężeniu prądu molekularnego  $I_m N$  przepływającego po bocznej powierzchni solenoidu, przypadającego na jednostkę jego długości:

$$J_m = \frac{I_m N}{l}, \quad (5.7)$$

$$[J_m] = \frac{\text{A}}{\text{m}}. \quad (5.8)$$

Pole wewnętrzne paramagnetyka wyrazi się wtedy wzorem:

$$B' = \mu_0 J_m. \quad (5.9)$$

Znajdziemy teraz związek między indukcją wypadkowego pola  $B$  w paramagnetyku a gęstością  $J_m$  prądu molekularnego. Podstawiając ostatnie wyrażenie do wzoru (5.5), zapisanego w skalarnej postaci i korzystając z zależności (5.1) otrzymujemy:

$$B = B_0 + \mu_0 J_m, \quad (5.10)$$

$$B = \frac{B}{\mu} + \mu_0 J_m, \quad (5.11)$$

$$\mu B = B + \mu \mu_0 J_m, \quad (5.12)$$

$$(\mu - 1)B = \mu \mu_0 J_m, \quad (5.13)$$

oraz, ponieważ  $\mu - 1 = \chi_m$ ,

$$\chi_m B = \mu \mu_0 J_m, \quad (5.14)$$

$$J_m = \frac{\chi_m B}{\mu \mu_0}. \quad (5.15)$$

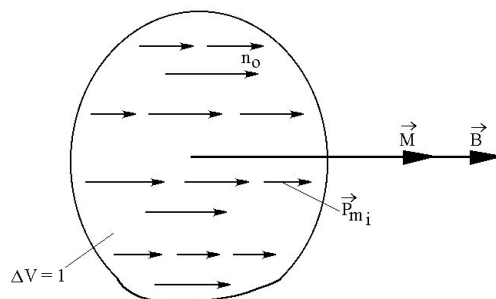
Zgodnie z ostatnim wzorem wielkości  $\chi_m$  i  $\mu$  będą niezależne od wartości indukcji zewnętrznego pola tylko wtedy, gdy  $J_m \sim B$ .

Dla scharakteryzowania stanu namagnesowania danego materiału definiuje się *wektor namagnesowania*  $\mathbf{M}$ , analogicznie do wektora polaryzacji dielektrycznej  $\mathbf{P}$ . Wektor  $\mathbf{M}$  jest równy wypadkowemu momentowi magnetycznemu wszystkich atomów (cząsteczek), przypadającemu na jednostkę objętości materiału (rys. 5.4):

$$\mathbf{M} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_{mi}. \quad (5.16)$$

W przypadku, gdy momenty magnetyczne wszystkich atomów (cząsteczek) mają identyczne i tak samo skierowane momenty magnetyczne  $\mathbf{p}_m$ , wektor namagnesowania można zapisać jako:

$$\mathbf{M} = n_0 \mathbf{p}_m, \quad (5.17)$$



Rysunek 5.4:

gdzie  $n_0$  — liczba atomów (cząsteczek), przypadająca na jednostkę objętości. Łatwo stwierdzić, że namagnesowanie ma wymiar:

$$[M] = \frac{\text{A}}{\text{m}}, \quad (5.18)$$

taki sam, jak wymiar gęstości prądu  $J_m$ .

Znajdziemy teraz związek między namagnesowaniem  $M$  a gęstością prądu molekularnego  $J_m$ . Całkowity moment magnetyczny solenoidu  $p_{ms}$  jest równy sumie momentów magnetycznych jego poszczególnych zwojów,  $I_m S$ :

$$p_{ms} = I_m S N. \quad (5.19)$$

Moment magnetyczny solenoidu, przypadający na jednostkę jego objętości, powinien być równy namagnesowaniu  $M$ :

$$M = \frac{p_{ms}}{V} = \frac{I_m S N}{l S}. \quad (5.20)$$

Ostatnie wyrażenie przedstawia gęstość prądu molekularnego  $J_m$  (por. wzór (5.7)):

$$M = J_m. \quad (5.21)$$

Namagnesowanie jest więc równe gęstości prądu molekularnego. Wzór (5.15) można teraz zapisać jako

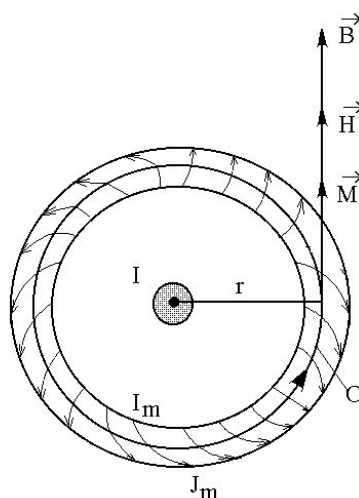
$$\boxed{M = \frac{\chi_m \mathbf{B}}{\mu \mu_0}} \quad (5.22)$$

(kierunki wektorów  $\mathbf{B}$  i  $\mathbf{M}$  są równoległe). Widać, że  $\chi_m$  i  $\mu$  będą niezależne od indukcji zewnętrznego pola  $\mathbf{B}_0$  tylko wtedy, gdy  $\mathbf{M} \sim \mathbf{B}$ .

## 5.2 Prawo Ampère'a dla obwodów z prądem w ośrodkach materialnych

W przypadku pól magnetycznych wytworzonych przez obwody z prądem w ośrodkach materialnych, ich wartość zależy zarówno od prądów płynących w obwodach (nazywanych czasem prądami swobodnymi) jak i od zaindukowanych w ośrodkach prądów molekularnych. Przy wyznaczaniu pola magnetycznego za pomocą prawa Ampère'a należy wówczas obliczać wypadkowe pole magnetyczne, wywołane zarówno przepływem prądów swobodnych jak i prądów molekularnych. Przedstawimy teraz, dla szczególnego przypadku, uogólnienie prawa Ampère'a, stosujące się do dowolnego ośrodka materialnego.

Będziemy rozpatrywać cyrkulację wektora namagnesowania  $\mathbf{M}$  i wektora indukcji magnetycznej  $\mathbf{B}$ , wytworzonych w ośrodku materialnym przez



Rysunek 5.5:

prostoliniowy przewodnik, w którym płynie prąd o natężeniu  $I$ . Za kontur całkowania  $C$  wybierzemy okrąg o promieniu  $r$ , położony w płaszczyźnie prostopadłej do przewodnika (rys. 5.5). Załóżmy, że rozpatrywany materiał (dla ustalenia uwagi — paramagnetyk) ma kształt torusa, którego osią jest okrąg  $C$ . Całkowane natężenie prądu molekularnego, przepływającego przez powierzchnię rozpiętą na konturze  $C$ , będziemy oznaczać przez  $I_m$ .

Obliczymy najpierw cyrkulację wektora namagnesowania  $\mathbf{M}$  po okręgu  $C$ . Ponieważ namagnesowanie w każdym punkcie okręgu ma jednakową wartość, więc:

$$\oint_C \mathbf{M} \cdot d\mathbf{l} = 2\pi r M. \quad (5.23)$$

Z drugiej strony, uwzględniając związek  $J_m = M$  ( $J_m$  — gęstość prądu molekularnego), całkowite natężenie prądu molekularnego  $I_m$  można wyrazić wzorem:

$$I_m = J_m 2\pi r = M 2\pi r. \quad (5.24)$$

Z ostatnich dwóch wzorów wynika wzór:

$$\boxed{\oint_C \mathbf{M} \cdot d\mathbf{l} = I_m}, \quad (5.25)$$

określający związek między cyrkulacją wektora  $\mathbf{M}$  i natężeniem prądu  $I_m$ .

Biorąc pod uwagę istnienie prądów molekularnych, prawo Ampère'a dla ośrodka materialnego należy zapisać jako:

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0(I + I_m). \quad (5.26)$$

Uwzględniając wzór (5.25), z ostatniego wyrażenia otrzymujemy:

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I + \mu_0 \oint_C \mathbf{M} \cdot d\mathbf{l}, \quad (5.27)$$

$$\oint_C \left( \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \right) \cdot d\mathbf{l} = I. \quad (5.28)$$

Widać teraz, że wygodnie jest zdefiniować *wektor natężenia pola magnetycznego*  $\mathbf{H}$ ,

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}. \quad (5.29)$$

Natężenie pola magnetycznego ma wymiar:

$$[H] = \frac{\text{A}}{\text{m}}. \quad (5.30)$$

Wzór (5.28) przyjmuje wówczas postać:

$$\boxed{\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I}. \quad (5.31)$$

Jest to prawo Ampère'a dla wektora  $\mathbf{H}$  natężenia pola magnetycznego. Ponieważ po prawej stronie tego wzoru występuje jedynie natężenie  $I$  prądu swobodnego, prawo Ampère'a w tej postaci jest słuszne dla dowolnego ośrodka materialnego (a także dla próżni).

Obliczenie indukcji  $\mathbf{B}$  pola magnetycznego na podstawie wzoru (5.31) wymaga znajomości związku między wektorami  $\mathbf{B}$  i  $\mathbf{H}$ . W ogólnym przypadku związek ten określa wzór (5.29), który piszemy zwykle w postaci:

$$\boxed{\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})}. \quad (5.32)$$

We wzorze tym występuje jednak wektor namagnesowania  $\mathbf{M}$ , który np. w przypadku ferromagnetyków może być trudny do określenia. Jeżeli zależność między wektorami  $\mathbf{M}$  i  $\mathbf{B}$  jest liniowa (przypadek para- i diamagnetyków; wzór (5.22) z poprzedniego podrozdziału), łatwo można podać związki między wymienionymi wektorami. Korzystając ze wzoru (5.22) ostatni wzór można zapisać jako:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \frac{\chi_m \mathbf{B}}{\mu_0 \mu}. \quad (5.33)$$

Wyliczając z tego wzoru  $\mathbf{B}$  i uwzględniając zależność  $\chi_m = \mu - 1$  otrzymujemy:

$$\mu \mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H} + (\mu - 1) \mathbf{B} \quad (5.34)$$



i ostatecznie:

$$\boxed{\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}}. \quad (5.35)$$

Ponieważ w przypadku pola magnetycznego w próżni jej względna przenikalność magnetyczna  $\mu = 1$ , związek między wektorami  $\mathbf{B}_0$  i  $\mathbf{H}$  dla próżni ma postać:

$$\mathbf{B}_0 = \mu_0 \mathbf{H}. \quad (5.36)$$

Widać więc, że indukcja pola magnetycznego w próżni i w ośrodku materialnym są istotnie związane zależnością

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{B}_0. \quad (5.37)$$

Podamy teraz związek między wektorami natężenia  $\mathbf{H}$  i namagnesowania  $\mathbf{M}$ . Ze wzorów (5.22) (poprzedni podrozdział) i (5.35) otrzymujemy:

$$\mathbf{M} = \frac{\chi_m \mu_0 \mu \mathbf{H}}{\mu_0 \mu}, \quad (5.38)$$

tj.

$$\boxed{\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}}. \quad (5.39)$$

Można obecnie łatwo stwierdzić, jaką postać przyjmują inne wzory określające natężenie lub indukcję pola magnetycznego w ośrodku materialnym, wytwarzanego przez przewodniki z prądem. Z uwagi na zależność (5.36) wzory określające  $\mathbf{H}$  otrzymuje się dzieląc wzory określające indukcję pola magnetycznego  $\mathbf{B}_0$  w próżni przez przenikalność magnetyczną próżni  $\mu_0$ . Np. prawo Biota-Savarta-Laplace'a wyraża się wzorem:

$$\Delta \mathbf{H} = \frac{I (\Delta \mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}})}{4\pi r^2}. \quad (5.40)$$

W celu otrzymania wzorów, określających indukcję pola magnetycznego  $\mathbf{B}$  w ośrodku materialnym wystarczy pomnożyć wzory, określające  $\mathbf{H}$ , przez  $\mu_0 \mu$  (zależność (5.35)), lub wzory, określające indukcję pola magnetycznego w próżni  $\mathbf{B}_0$  przez  $\mu_0$  (zależność (5.37)). W szczególności prawo Biota-Savarta-Laplace'a i prawo Ampère'a przyjmą postać:

$$\Delta \mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu I (\Delta \mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}})}{4\pi r^2}, \quad (5.41)$$

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \mu I. \quad (5.42)$$

Zapiszemy jeszcze wzór (5.25) oraz wzór (5.31), przedstawiający prawo Ampère'a dla wektora natężenia pola magnetycznego, w postaci różniczkowej. Wykonując podobne przekształcenia, jak w podrozdziale 4.5, otrzymujemy następujące wzory

$$\boxed{\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}}, \quad (5.43)$$

$$\boxed{\nabla \times \mathbf{M} = \mathbf{j}_m} \quad (5.44)$$

( $\mathbf{j}_m$  — gęstość molekularnego prądu w danym punkcie). Jak widać, rotacja natężenia pola magnetycznego  $\mathbf{H}$  jest równa gęstości prądu swobodnego a rotacja namagnesowania  $\mathbf{M}$  — gęstości prądu molekularnego.

### 5.3 Moment magnetyczny atomu

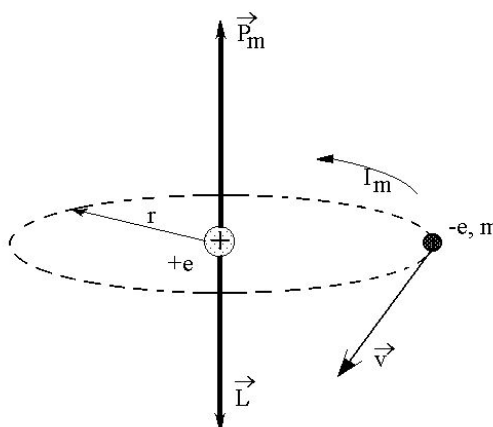
Jak wspomniano poprzednio, istnienie momentów magnetycznych atomów (cząsteczek) związane jest z ruchem znajdujących się w nich elektronów wokół jąder atomów (cząsteczek), tj. z przepływem prądów molekularnych. Dalej podamy wzory, określające momenty magnetyczne atomów i cząsteczek oraz oddziaływanie tych momentów z zewnętrznym polem magnetycznym. Uzyskane wyniki będą w następnych podrozdziałach zastosowane do opisu własności magnetycznych dia-, para- i ferromagnetyków. Należy podkreślić, że przytoczone dalej rozważania, oparte na klasycznej mechanice, mają uproszczony charakter. Ścisły opis własności magnetycznych atomów i cząsteczek daje dopiero mechanika kwantowa.

Obliczymy najpierw moment magnetyczny  $\mathbf{p}_m$ , związany z ruchem pojedynczego elektronu po orbicie kołowej wokół jądra atomu (rys. 5.6). Będziemy nazywać ten moment *orbitalnym momentem magnetycznym* elektronu. Zgodnie z podanym w podrozdziale 4.3 wzorem ma on wartość liczbową:

$$p_m = I_m S, \quad (5.45)$$

gdzie  $I_m$  jest natężeniem prądu molekularnego a  $S$  powierzchnią orbity elektronu. Średnią wartość  $I_m$  można wyrazić wzorem:

$$I_m = \frac{e}{T}, \quad (5.46)$$



Rysunek 5.6:

gdzie czas  $T$  jest okresem obiegu elektronu po orbicie kołowej:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad (5.47)$$

( $r$  — promień orbity,  $v$  — prędkość elektronu). Zatem:

$$I_m = \frac{ev}{2\pi r}. \quad (5.48)$$

Pole powierzchni  $S$ , obejmowanej przez orbitę elektronu, wynosi:

$$S = \pi r^2. \quad (5.49)$$

Ze wzoru (5.45) oraz dwóch ostatnich wzorów otrzymujemy:

$$p_m = \frac{ev}{2\pi r} \pi r^2 = \frac{evr}{2}. \quad (5.50)$$

Zauważymy teraz, że istnieje prosty związek między orbitalnym momentem magnetycznym elektronu a jego momentem pędu  $\mathbf{L}$  na danej orbicie. Wartość momentu pędu elektronu wynosi:

$$L = mvr, \quad (5.51)$$

przy czym wektory  $\mathbf{p}_m$  i  $\mathbf{L}$  mają przeciwne kierunki. Z dwóch ostatnich wzorów wynika, że wartość liczbową momentu magnetycznego elektronu jest proporcjonalna do jego momentu pędu:

$$\boxed{\mathbf{p}_m = -\frac{e}{2m} \mathbf{L}}. \quad (5.52)$$

Zgodnie z teorią Bohra wartość liczbową orbitalnego momentu pędu elektronu wyraża się wzorem:

$$L = n\hbar, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (5.53)$$

gdzie  $n$  — numer orbity,  $\hbar = h/2\pi$  ( $h$  — stała Plancka). Moment magnetyczny elektronu  $p_m$ , według teorii Bohra, jest więc dany wzorem:

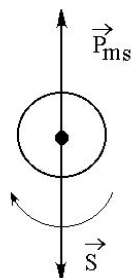
$$p_m = \frac{e\hbar n}{2m}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (5.54)$$

Wielkość:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} \quad (5.55)$$

nazywa się magnetonem Bohra. Moment magnetyczny elektronu w jego ruchu orbitalnym można wyrazić jako:

$$p_m = \mu_B n. \quad (5.56)$$



Rysunek 5.7:

Jest on więc, według teorii Bohra, wielokrotnością magnetonu Bohra. Należy jednak stwierdzić, że mechanika kwantowa daje nieco inne wzory, określające orbitalny moment pędu i orbitalny moment magnetyczny elektronu.

Rezultaty pewnych doświadczeń oraz obliczenia oparte na mechanice kwantowej wykazują, że elektron posiada własny moment pędu  $\mathbf{S}$ , nazywany *spinem* oraz własny, *spinowy moment magnetyczny*  $\mathbf{p}_{ms}$ . Poglądowo można wyobrazić sobie, że elektron wiruje z dużą prędkością wokół własnej osi (rys. 5.7), co tłumaczy istnienie jego momentu pędu i momentu magnetycznego. Podobnie, jak w przypadku orbitalnego ruchu elektronu, wektory  $\mathbf{S}$  i  $\mathbf{p}_{ms}$  mają przeciwne kierunki a wartości liczbowe spinowego momentu magnetycznego i spinu elektronu są do siebie proporcjonalne:

$$\mathbf{p}_{ms} = -\frac{e}{m} \mathbf{S}. \quad (5.57)$$

Postacie wzorów (5.52) i (5.57) różnią się jedynie brakiem w tym ostatnim czynnika „2” w mianowniku. Zgodnie z mechaniką kwantową  $S = \hbar/2$  i  $p_{ms} = \mu_B$  ( $\mu_B$  — magneton Bohra).

Wypadkowy moment pędu oraz wypadkowy moment magnetyczny elektronów w atomie wieloelektronowym są odpowiednio równe sumie wektorowej momentów pędów oraz orbitalnych i spinowych momentów magnetycznych wszystkich elektronów. Okazuje się, że wypadkowy moment magnetyczny  $\mathbf{p}_m$  elektronów w atomie oraz ich wypadkowy moment pędu  $\mathbf{J}$  są związane zależnością, podobną do zależności (5.52) i (5.57):

$$\mathbf{p}_m = -g \frac{e}{2m} \mathbf{J}, \quad 1 \leq g \leq 2, \quad (5.58)$$

gdzie wielkość  $g$  jest nazywana czynnikiem Landégo. Korzystając z mechaniki kwantowej można otrzymać wzory, określające wartości liczbowe momentów pędów i czynnika Landégo dla atomów wieloelektronowych a tym samym obliczyć ich momenty magnetyczne.

Zwróćmy jeszcze uwagę, że również protony i neutrony z których składają się jądra atomowe posiadają spin i moment magnetyczny, przy czym

związek między tymi wielkościami określa wzór podobny do wzoru (5.57). Ponieważ wartości spinowego momentu pędu nukleonów i elektronów są identyczne a masy nukleonów są ok. 2000 razy większe od masy elektronu, momenty magnetyczne nukleonów i jąder atomowych są o 2 - 3 rzędy wielkości mniejsze od momentów magnetycznych elektronów i w pierwszym przybliżeniu mogą być pominięte.

## 5.4 Atom w polu magnetycznym

Rozpatrzmy teraz wpływ zewnętrznego pola magnetycznego o indukcji  $\vec{B}$  na orbitalny ruch elektronu w atomie. Dla uproszczenia założymy, że elektron porusza się po orbicie, której płaszczyzna jest prostopadła do kierunku pola magnetycznego (rys. 5.8).

Przy braku zewnętrznego pola magnetycznego na elektron działa siła elektryczna  $\vec{F}_e$ , związana z jego oddziaływaniem z dodatnio naładowanym jądrem, która pełni rolę siły dośrodkowej:

$$F_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (5.59)$$

Ponieważ siłę dośrodkową można wyrazić wzorem:

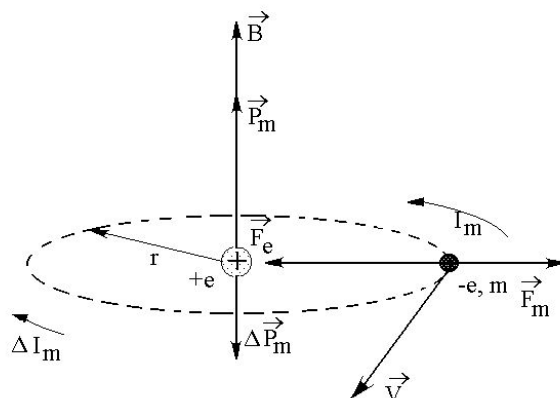
$$F_d = m\omega_0^2 r, \quad (5.60)$$

gdzie  $\omega_0$  jest prędkością kątową obiegu elektronu po orbicie przy braku zewnętrznego pola, zachodzi związek:

$$F_e = F_d, \quad (5.61)$$

czyli

$$F_e = m\omega_0^2 r \quad (5.62)$$



Rysunek 5.8:

W polu magnetycznym, oprócz siły  $\mathbf{F}_e$ , na elektron działa dodatkowo siła  $\mathbf{F}_m$  jego oddziaływania z polem magnetycznym, której kierunek zależy od kierunku pola magnetycznego będzie przeciwny (jak na rysunku 5.8) lub zgodny z kierunkiem siły  $\mathbf{F}_e$ . Wartość tej siły wynosi:

$$F_m = evB, \quad (5.63)$$

czyli, ponieważ prędkość  $v = \omega r$  ( $\omega$  — prędkość kątowa elektronu w przypadku istnienia pola magnetycznego),

$$F_m = e\omega rB. \quad (5.64)$$

Siłę dośrodkową, działającą na elektron, określa teraz wzór:

$$F_d = m\omega^2 r. \quad (5.65)$$

Ponieważ wartości liczbowe rozpatrywanych sił spełniają zależność:

$$F_e - F_m = F_d, \quad (5.66)$$

korzystając ze wzorów (5.62), (5.64) i (5.65) otrzymujemy równanie:

$$m\omega_0^2 r - e\omega rB = m\omega^2 r, \quad (5.67)$$

czyli, po prostych przekształceniach, równanie:

$$\omega^2 + \frac{eB}{m}\omega - \omega_0^2 = 0. \quad (5.68)$$

Widać, że przyłożenie zewnętrznego pola magnetycznego zmienia prędkość kątową obiegu elektronu po orbicie. Podane równanie kwadratowe można rozwiązać względem prędkości kątowej  $\omega$ . Można jednak łatwo wykazać, że siła oddziaływania pola magnetycznego na elektron w atomie jest znacznie mniejsza od siły jego oddziaływania elektrostatycznego z jądrem atomu,  $F_m \ll F_e$ . Wynika stąd, że nawet w silnych polach magnetycznych zmiana prędkości kątowej elektronu jest bardzo mała. Jeżeli napisać:

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega, \quad (5.69)$$

to  $\Delta\omega \ll \omega$  i  $\omega \approx \omega_0$ . Podstawiając wyrażenie (5.69) do równania (5.68) otrzymujemy:

$$(\omega_0 + \Delta\omega)^2 + \frac{eB}{m}\omega - \omega_0^2 = 0, \quad (5.70)$$

$$\omega_0^2 + 2\omega_0\Delta\omega + (\Delta\omega)^2 + \frac{eB}{m}\omega_0 + \frac{eB}{m}\Delta\omega - \omega_0^2 = 0. \quad (5.71)$$

Ponieważ wyrazy  $(\Delta\omega)^2$  i  $\frac{eB}{m}\Delta\omega$  można pominąć, otrzymujemy następujący wzór, określający zmianę prędkości kątowej obiegu elektronu:

$$\boxed{\Delta\omega = -\frac{eB}{2m}}. \quad (5.72)$$

W przypadku, gdy kierunek pola magnetycznego jest przeciwny do pokazanego na rysunku 5.8, w powyższym wzorze otrzymamy znak „+” co oznacza, że nastąpi wzrost prędkości kątowej obiegu elektronu.

Zmiana prędkości kątowej obiegu elektronu wywołuje zmianę prądu orbitalnego o wartość  $\Delta I_m$  a co za tym idzie — zmianę orbitalnego momentu magnetycznego elektronu o wartość  $\Delta p_m$ . Korzystając ze wzoru (5.50) z poprzedniego podrozdziału i biorąc pod uwagę, że  $v = \omega r$ , orbitalny moment magnetyczny elektronu można zapisać jako:

$$p_m = \frac{er^2\omega}{2}, \quad (5.73)$$

skąd wynika, że:

$$\Delta p_m = \frac{er^2\Delta\omega}{2}. \quad (5.74)$$

Uwzględniając teraz wzór (5.72) otrzymujemy wzór, określający zmianę orbitalnego momentu magnetycznego elektronu pod wpływem pola magnetycznego:

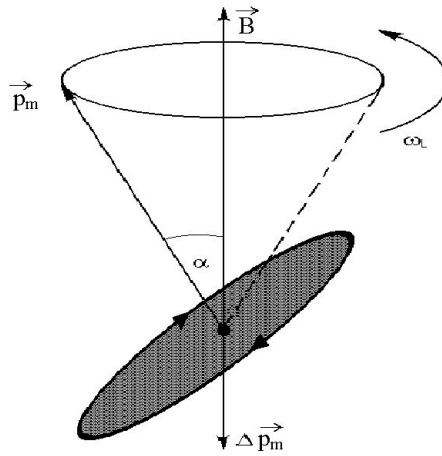
$$\Delta p_m = \frac{er^2}{2} \cdot \left(-\frac{eB}{2m}\right), \quad (5.75)$$

to jest

$$\boxed{\Delta p_m = -\frac{e^2r^2B}{4m}}. \quad (5.76)$$

Znak „-” w podanym wzorze uwzględnia fakt, że kierunek wektora  $\Delta p_m$  jest zawsze przeciwny do wektora indukcji pola magnetycznego  $\mathbf{B}$ . Jeżeli rozpatrzyć ruch elektronu po orbicie w przeciwnym kierunku, niż na rysunku 5.8, to prędkość kątowa  $\omega$  elektronu wzrośnie, co z kolei zwiększy jego moment magnetyczny  $p_m$ , skierowany przeciwnie niż na rysunku. Wynika stąd, że kierunek wektora  $\Delta p_m$  będzie znowu przeciwny do kierunku wektora  $\mathbf{B}$ .

W przypadku, gdy płaszczyzna orbity elektronu nie jest prostopadła do kierunku wektora indukcji  $\mathbf{B}$  zewnętrznego pola, wpływ pola magnetycznego na ruch elektronu po orbicie ma bardziej złożony charakter. Można wykazać, że cała orbita elektronu i prostopadły do niej wektor  $p_m$  orbitalnego momentu magnetycznego wykonują ruch precesyjny, tj. obracają się dookoła kierunku pola  $\mathbf{B}$  ze stałą prędkością kątową (rys. 5.9). Ruch wektora



Rysunek 5.9:

momentu magnetycznego jest więc podobny do ruchu osi wirującego bąka w polu sił ciężkości. Prędkość kątową precesji  $\omega_L$  określa przy tym wzór (5.72), tzn.  $\omega_L = \Delta\omega$ . Jest to tzw. twierdzenie Larmora. Zmianę momentu magnetycznego  $\Delta\mathbf{p}_m$ , związanego z precesją orbity elektronu, określa wzór (5.76), gdzie wielkość  $r^2$  odpowiada średniemu kwadratowi promienia rzutu orbity elektronu na kierunek prostopadły do pola magnetycznego.

W przypadku, gdy atom zawiera  $Z$  elektronów, zmianę  $\Delta\mathbf{p}_m$  wypadkowego momentu magnetycznego atomu pod wpływem pola magnetycznego można wyrazić wzorem:

$$\Delta\mathbf{p}_m = -\frac{e^2 r^2 Z \mathbf{B}}{4m}, \quad (5.77)$$

gdzie  $r^2$  należy teraz uważać za średnią wartość kwadratu promienia rzutów orbit wszystkich elektronów na płaszczyznę prostopadłą do wektora  $\mathbf{B}$ .

W niektórych podręcznikach we powyższym wzorze zastępuje się  $r^2$  przez  $\frac{2}{3}\bar{r}^2$ , gdzie  $\bar{r}^2$  oznacza średnią wartość kwadratu promienia atomu. Można to uzasadnić jak następuje. Zakładając, że początek układu współrzędnych znajduje się w jądrze atomu, kwadrat odległości elektronu od jądra wyraża się wzorem:

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad (5.78)$$

( $x, y, z$  — współrzędne elektronu). Średnia wartość  $r^2$  jest więc równa:

$$\bar{r}^2 = \bar{x}^2 + \bar{y}^2 + \bar{z}^2. \quad (5.79)$$

Natomiast kwadrat promienia orbity elektronu  $r_0^2$ , leżącej w płaszczyźnie  $xy$ , jest równy:

$$r_0^2 = x^2 + y^2 \quad (5.80)$$



a jego średnia wartość wynosi:

$$\overline{r_0^2} = \overline{x^2} + \overline{y^2}. \quad (5.81)$$

Jeżeli wszystkie orientacje orbit elektronów w przestrzeni są jednakowo prawdopodobne, to  $\overline{x^2} = \overline{y^2} = \overline{z^2}$  i ze wzorów (5.79) i (5.81) otrzymuje się:

$$\overline{r_0^2} = \frac{2}{3}\overline{r^2} \quad (5.82)$$

(we wzorze (5.77) i poprzednich przyjęto oznaczenie  $r^2$  zamiast  $\overline{r_0^2}$ ).

## 5.5 Diamagnetyki i paramagnetyki

Zastosujemy teraz otrzymane w poprzednim podrozdziałach wyniki do opisu magnetycznych własności substancji para- i diamagnetycznych. Zauważyć należy, że wzajemne oddziaływania momentów magnetycznych atomów lub cząsteczek są w nich stosunkowo słabe, niezależnie od stanu skupienia. Można więc z dobrym przybliżeniem rozpatrywać tylko oddziaływanie momentów magnetycznych atomów z zewnętrznym polem magnetycznym, przy czym otrzymane wzory stosuje się zarówno do gazów, cieczy jak i ciał stałych. W niektórych ciałach stałych występują dodatkowe zjawiska magnetyczne, np. paramagnetyzm swobodnych elektronów w metalach alkalicznych (Li, Na, K...). Zwrócimy jeszcze uwagę, że ze względu na małe wartości podatności magnetycznej  $\chi_m$  dia- i paramagnetyków ich względna przenikalność magnetyczna jest zbliżona do jedności,  $\mu \approx 1$ . Można więc zwykle ignorować różnicę między indukcją zewnętrznego pola magnetycznego i indukcją pola magnetycznego w danej substancji.

Diamagnetykami są substancje, w których momenty magnetyczne atomów lub cząsteczek przy braku zewnętrznego pola magnetycznego są równe zeru,  $\mathbf{p}_m = 0$ . Po wprowadzeniu diamagnetyka w zewnętrzne pole magnetyczne  $\mathbf{B}$  w każdym jego atomie lub cząsteczce indukowany jest moment magnetyczny  $\Delta\mathbf{p}_m$ , dany wzorem (5.77) z poprzedniego podrozdziału. Moment magnetyczny  $\Delta\mathbf{p}_m$  i wektor namagnesowania  $\mathbf{M}$  mają kierunek przeciwny do kierunku pola  $\mathbf{B}$ . Do diamagnetyków należą gazy obojętne, większość związków organicznych, wiele metali (Bi, Au, Ag, Cu, Zn, Hg), woda, szkło i inne.

Korzystając ze wzoru (5.77) można obliczyć namagnesowanie  $\mathbf{M}$  diamagnetyka, znajdującego się w polu magnetycznym o indukcji  $\mathbf{B}$ . Zgodnie z definicją (5.17) wektora namagnesowania  $\mathbf{M}$  zachodzi zależność:

$$\mathbf{M} = n_0\Delta\mathbf{p}_m, \quad (5.83)$$

( $n_0$  — liczba atomów lub cząsteczek w jednostce objętości), co po podstawieniu wyrażenia (5.77), określającego  $\Delta\mathbf{p}_m$ , daje:

$$\mathbf{M} = -\frac{e^2 r^2 n_0 Z}{4m} \mathbf{B}. \quad (5.84)$$

Porównując ten wzór ze wzorem (5.22) z podrozdziału 5.1:

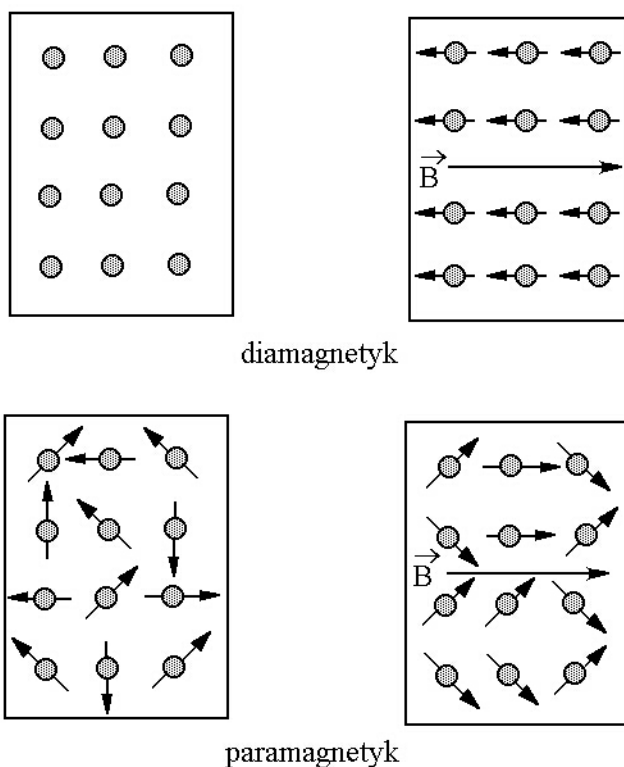
$$M = \frac{\chi_m B}{\mu_0 \mu} \approx \frac{\chi_m B}{\mu_0} \quad (5.85)$$

( $\mu \approx 1$ ) otrzymujemy następujący wzór dla podatności magnetycznej diamagnetyka:

$$\chi_m = -\frac{\mu_0 n_0 e^2 r^2 Z}{4m}. \quad (5.86)$$

Obliczone na podstawie tego wzoru wartości  $\chi_m$  zgadzają się dobrze z wartościami doświadczalnymi. Bezwzględne wartości podatności diamagnetyków są bardzo małe, rzędu  $|\chi_m| \approx 10^{-6}$ . Zjawiska diamagnetyczne występują również w para- i ferromagnetykach, jednak ich wpływ na wypadkową podatność magnetyczną tych substancji jest praktycznie niezauważalny.

Do paramagnetyków należą substancje, których atomy lub cząsteczki posiadają różne od zera momenty magnetyczne,  $\mathbf{p}_m \neq 0$ , również w nieobecności zewnętrznego pola magnetycznego. W paramagnetykach wzajemne oddziaływanie momentów magnetycznych atomów lub cząsteczek jest praktycznie do pominięcia. Jeżeli paramagnetyk znajduje się w zewnętrznym



Rysunek 5.10:

polu magnetycznym o indukcji  $\mathbf{B}$ , następuje częściowe uporządkowanie momentów magnetycznych jego atomów w kierunku pola, czemu przeciwdziałają termiczne ruchy atomów. Średni moment magnetyczny atomów  $\mathbf{p}_{m\bar{s}r}$  i wektor namagnesowania  $\mathbf{M}$  są skierowane zgodnie z kierunkiem wektora  $\mathbf{B}$ . Do paramagnetyków należą m.in. tlen, tlenek azotu, platyna, glin, skandowce, litowce, berylowce. Zwróćmy tutaj uwagę na istnienie analogii między niepolarnymi dielektrykami i diamagnetykami oraz, z drugiej strony, między polarnymi dielektrykami i paramagnetykami. Ilustruje ją rysunek 5.10, łącznie z podobnym rysunkiem z podrozdziału 2.3.

Klasyczna teoria paramagnetyzmu została opracowana w 1905 r. przez P. Langevina. Ma ona postać identyczną z podaną nieco później teorią polarnych dielektryków, przytoczoną w podrozdziale 2.3. Średnia wartość  $p_{m\bar{s}r}$  składowej momentu magnetycznego atomu w kierunku pola magnetycznego zależy od stosunku  $r$  jego energii oddziaływania z zewnętrznym polem magnetycznym  $\mathbf{B}$  do energii cieplnej atomu:

$$r = \frac{p_m B}{kT}. \quad (5.87)$$

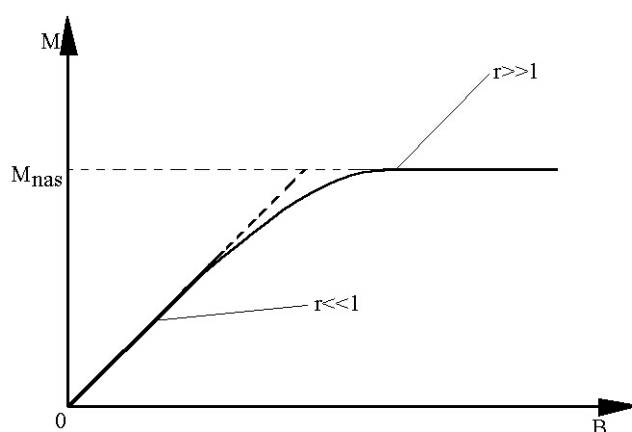
Wzory, określające namagnesowanie paramagnetyka dla przypadku bardzo małej i znacznie większej od jedności wartości  $r$  mają postać:

$$M = \frac{n_0 p_m^2 B}{3kT}, \quad r \ll 1, \quad (5.88)$$

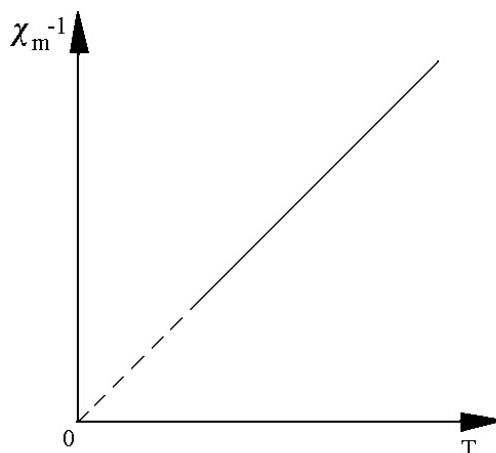
$$M = n_0 p_m, \quad r \gg 1, \quad (5.89)$$

gdzie  $n_0$  jest liczbą atomów lub cząsteczek w jednostce objętości. Zależność namagnesowania od indukcji pola magnetycznego pokazuje rysunek 5.11.

Zgodnie ze wzorem (5.88) dla wartości  $r \ll 1$  zachodzi liniowa zależność między namagnesowaniem paramagnetyka a indukcją pola magnetycznego.



Rysunek 5.11:



Rysunek 5.12:

W praktyce warunek  $r \ll 1$  jest niemal zawsze spełniony. W tym przypadku podatność magnetyczna  $\chi_m$  nie zależy od indukcji  $B$  pola magnetycznego. Można ją obliczyć, porównując wzory (5.85) i (5.88), co daje:

$$\chi_m = \frac{\mu_0 n_0 p_m^2}{3kT}. \quad (5.90)$$

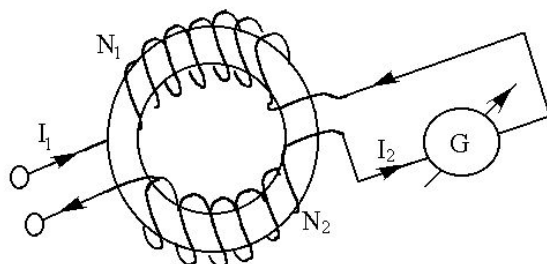
Podatność magnetyczna paramagnetyka jest więc odwrotnie proporcjonalna do temperatury:

$$\chi_m \sim \frac{1}{T}. \quad (5.91)$$

Zależność ta nosi nazwę *prawa Curie*, które można zilustrować wykresem 5.12. W pokojowej temperaturze wartości podatności magnetycznej paramagnetyków zawierają się w granicach  $\chi_m = 10^{-3} - 10^{-5}$ . Są więc one większe przynajmniej o rząd wielkości od bezwzględnych wartości podatności diamagnetyków.

## 5.6 Ferromagnetyki

W niektórych substancjach, zwanych ferromagnetykami, wewnętrzne (własne) pole magnetyczne może setki, tysiące a nawet, w przypadku specjalnych stopów, miliony razy przewyższać wywołujące je zewnętrzne pole magnetyczne. Jakkolwiek związek między zewnętrznym i wewnętrznym polem magnetycznym w ferromagnetykach nie jest, jak będzie omawiane dalej, jednoznaczny, można formalnie przyjąć, że ferromagnetyki charakteryzuje bardzo duża względna przenikalność magnetyczna, rzędu  $\mu \approx 10^2 - 10^6$ . Do ferromagnetyków należą: żelazo, nikiel, kobalt, tzw. metale ziem rzadkich, np.



Rysunek 5.13:

gadolin (Gd) i dysproz (Dy) oraz wiele stopów. Ferromagnetyzm jest własnością kryształów a nie pojedynczych atomów. Dowodzi tego m.in. fakt, że sole żelaza nie wykazują własności ferromagnetycznych natomiast niektóre stopy pierwiastków, które oddzielnie nie mają własności ferromagnetycznych, są ferromagnetykami (np. stop Heuslera  $\text{Cu}_2\text{MnAl}$ ). Ferromagnetyzm jest więc związany z oddziaływaniem między sąsiednimi atomami w sieci krystalicznej ciała stałego.

W celu zbadania zależności między natężeniem zewnętrznego pola magnetycznego  $H$  a wartością indukcji magnetycznej  $B$ , lub wartością namagnesowania  $M$  w ferromagnetyku można posłużyć się prostym urządzeniem pomiarowym, przedstawionym na rysunku 5.13. Na próbkę ferromagnetyka w kształcie pierścienia nawinięty jest solenoid, przez który płynie prąd o natężeniu  $I_1$ , zmieniającym się w określony sposób w czasie. Natężenie pola magnetycznego wewnątrz solenoidu wyraża się wzorem:

$$H = \frac{I_1 N_1}{l}, \quad (5.92)$$

gdzie  $N_1$  jest liczbą zwojów a  $l$  obwodem pierścienia. W celu pomiaru indukcji pola magnetycznego  $B$  na próbkę nawinięty jest drugi, krótki solenoid o liczbie zwojów  $N_2$ , połączony z miernikiem ładunku (tzw. galwanometrem balistycznym). Na podstawie prawa indukcji Faraday'a, które będzie omówione w następnym rozdziale, bezwzględna wartość siły elektromotorycznej  $\mathcal{E}$ , indukowanej w drugim solenoidzie, wyraża się wzorem:

$$\mathcal{E} = N_2 \frac{d\Phi_B}{dt} = N_2 S \frac{dB}{dt} \quad (5.93)$$

( $\Phi_B$  — strumień indukcji pola magnetycznego, przechodzący przez jeden zwoj drugiego solenoidu,  $S$  — pole przekroju poprzecznego solenoidu, przyjmujemy, że  $dB/dt > 0$ ). Ponieważ, zgodnie z prawem Ohma, natężenie prądu  $I_2$  w drugim solenoidzie jest równe:

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2} \quad (5.94)$$

( $R_2$  — opór uzwojenia drugiego solenoidu), więc:

$$I_2 = \frac{N_2 S}{R_2} \frac{dB}{dt}. \quad (5.95)$$

Całkując to wyrażenie otrzymujemy:

$$q_2 = \frac{N_2 S}{R_2} \int_0^t \frac{dB}{dt} dt = \frac{N_2 S B}{R_2} \quad (5.96)$$

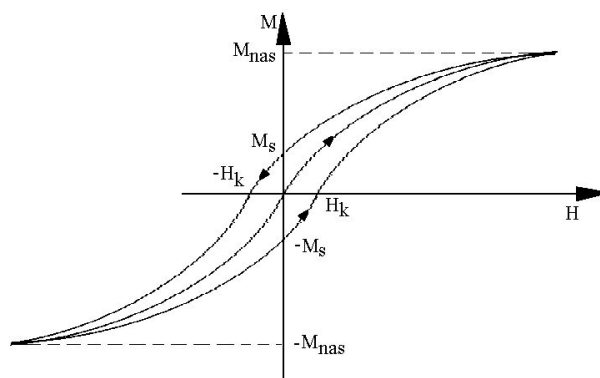
(przyjęto, że dla  $t = 0$   $B = 0$ ), skąd:

$$B = \frac{q_2 R_2}{N_2 S}. \quad (5.97)$$

Ostatni wzór pozwala obliczyć wartość indukcji pola magnetycznego  $B$  w danej chwili czasu.

Typową zależność namagnesowania  $M$  ferromagnetyka od wartości natężenia  $H$  pola, wywołującego to namagnesowanie, przedstawia rysunek 5.14. Jak widać, dla dostatecznie dużych wartości natężenia  $H$  pola magnetycznego namagnesowanie osiąga maksymalną wartość — namagnesowanie nasycenia  $M_{nas}$ . Przy zmniejszaniu pola  $H$  namagnesowanie zmienia się w inny sposób i jest w szczególności różne od zera,  $M = M_s$ , przy  $H = 0$ . Namagnesowanie  $M_s$  nazywamy spontanicznym lub szczątkowym. Aby całkowicie rozmagnesować próbkę, należy wytworzyć pole magnetyczne o natężeniu  $-H_k$ , skierowane przeciwnie niż początkowe pole magnesujące. Wielkość  $H_k$  nosi nazwę koercji. Przy dalszych zmianach natężenia pola  $H$  otrzymuje się krzywą zamkniętą, zwaną pętlą histerezy.

Klasyczna teoria ferromagnetyzmu została sformułowana przez francuskiego fizyka P. Weissa w 1907 r. Opiera się ona na dwóch założeniach. Pierwsze głosi, że w określonym zakresie temperatur ferromagnetyki odznaczają

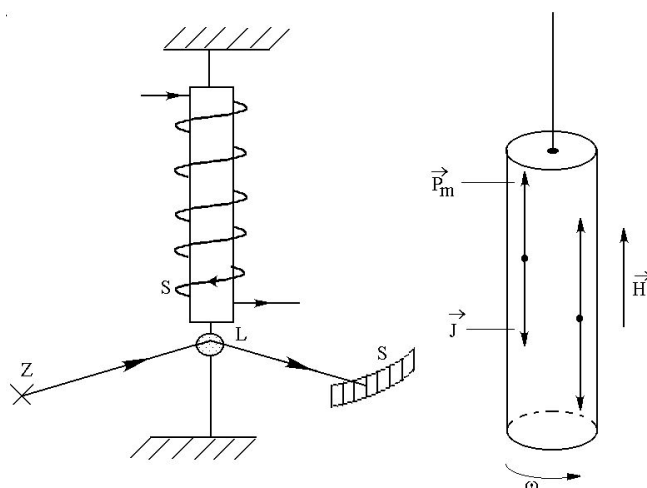


Rysunek 5.14:

się samorzutnym namagnesowaniem, niezależnym od obecności zewnętrznego pola magnetycznego. Zgodnie z drugim założeniem wspomniane samorzutne namagnesowanie występuje w niewielkich obszarach ferromagnetyka, zwanych *domenami*, o wymiarach liniowych rzędu  $10^{-2} - 10^{-3}$  cm. Przy braku zewnętrznego pola magnetycznego wektory momentów magnetycznych poszczególnych domen wykazują chaotyczną orientację przestrzenną i wypadkowy moment magnetyczny ferromagnetyka równa się zero. Zewnętrzne pole magnetyczne powoduje częściową orientację momentów magnetycznych domen wzdłuż kierunku pola i ferromagnetyk uzyskuje określony, wypadkowy moment magnetyczny. Jakkolwiek klasyczna teoria ferromagnetyzmu została obecnie zastąpiona przez teorię kwantową, oba założenia teorii Weissa okazały się poprawne. Poniżej przedstawimy bardziej szczegółowo zagadnienia związane z samorzutnym namagnesowaniem i domenową strukturą ferromagnetyka.

Stwierdzono, że ferromagnetykami są substancje, których atomy posiadają nieznikające momenty magnetyczne, pochodzące od spinowych (a nie orbitalnych) momentów magnetycznych elektronów. Dowodzi tego m.in. tzw. *zjawisko magnetomechaniczne*, polegające na pojawieniu się momentu pędu pręta wykonanego z ferromagnetyka (lub paramagnetyka) przy jego namagnesowaniu. Po raz pierwszy doświadczenie takie wykonali A. Einstein i A. de Haas w 1915 r (rys. 5.15).

Pręt z materiału ferromagnetycznego, zawieszony na cienkiej nici, był umieszczony wewnątrz pionowego solenoidu. Przy przepływie przez solenoid prądu elektrycznego pręt uległ namagnesowaniu. Ponieważ moment magnetyczny atomu  $\mathbf{p}_m$  jest proporcjonalny do jego momentu pędu  $\mathbf{J}$  (wzór (5.58) z podrozdziału 5.3), pręt uzyskiwał również określony moment pędu



Rysunek 5.15:

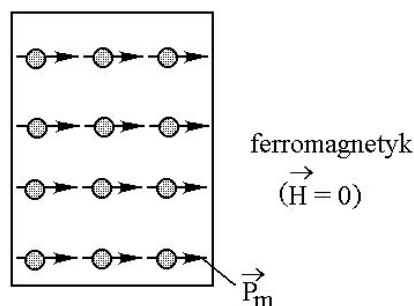
du, obracając się o określony kąt. W doświadczeniu Einsteina i de Haasa solenoid był zasilany prądem zmiennym, którego częstotliwość odpowiadała rezonansowym drganiom skrętnym pręta, w celu łatwiejszej rejestracji efektu magnetomechanicznego.

Na podstawie efektu magnetomechanicznego można wyznaczyć wartość stosunku momentu magnetycznego atomów  $p_m$  do ich momentu pędu  $J$ . Okazało się, że dla materiałów ferromagnetycznych wartość ta wynosi:

$$\frac{p_m}{J} = \frac{e}{m}, \quad (5.98)$$

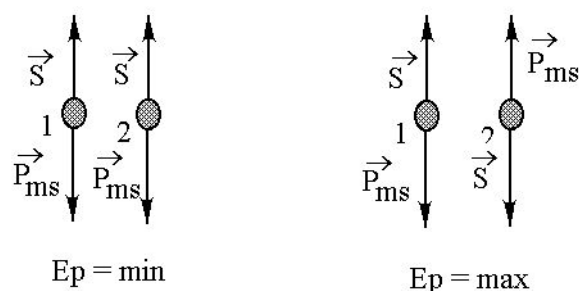
co odpowiada przypadkowi spinowego momentu magnetycznego i momentu pędu elektronu (por. wzór (5.57)). W 1915 r. wynik ten był zupełnie zaskakujący, ponieważ pojęcie spinu elektronu i jego momentu magnetycznego nie było jeszcze znane. Warto zauważyć, że w tym samym roku S. Barnett odkrył odwrotne zjawisko, polegające na samorzutnym magnesowaniu się szybko wirującego, ferromagnetycznego pręta. Jest ono związane z precesją momentów pędu i momentów magnetycznych atomów obracającego się pręta i umożliwia również obliczenie wartości stosunku  $p_m/J$ .

Istnienie obszarów samorzutnego namagnesowania w ferromagnetykach świadczy, że między spinami (lub momentami magnetycznymi) elektronów, należących do sąsiednich atomów, występują silne oddziaływania wzajemne, dążące do ustawienia spinów (lub momentów magnetycznych) w tym samym kierunku (rys. 5.16). Można łatwo wykazać, że oddziaływania te nie mają charakteru magnetycznego (analogicznego np. do oddziaływania dwóch trwałych magnesów). Przede wszystkim, oddziaływania magnetyczne prowadziłyby do ustawienia momentów magnetycznych sąsiednich atomów w przeciwnych kierunkach (dwa magnesy mają minimalną energię potencjalną przy antyrównoległym ustawieniu ich biegunów). Ponadto momenty magnetyczne atomów para- i ferromagnetyków mają zbliżone wartości (rzędu jednego lub kilku magnetonów Bohra). Wiadomo, że w paramagnetykach energia oddziaływania momentów magnetycznych atomów jest znacznie mniejsza od ich energii cieplnej i może być praktycznie pominięta. Wynika stąd, że rów-



Rysunek 5.16:





Rysunek 5.17:

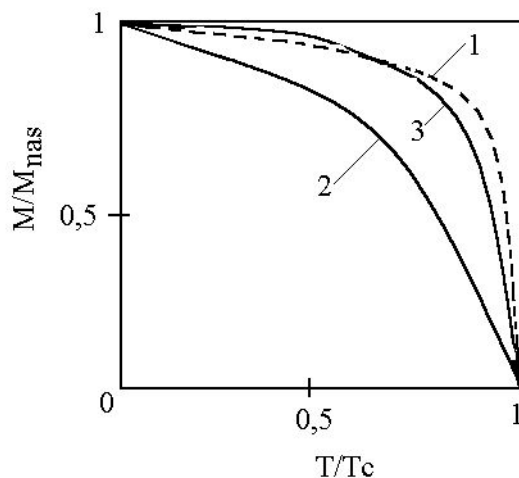
nież w ferromagnetykach energia oddziaływania momentów magnetycznych jest zbyt mała dla wywołania stanu namagnesowania.

Pochodzenie sił oddziaływania między spinami elektronów, należących do atomów substancji ferromagnetycznych, wyjaśniono dopiero po sformułowaniu podstaw mechaniki kwantowej. W r. 1928 W. Heisenberg wykazał, że są one wynikiem tzw. *oddziaływań wymiennych*, będących efektem czysto kwantowym. Energia oddziaływania wymiennego elektronów w sąsiednich atomach ferromagnetyków osiąga minimum w przypadku równoległego ustawienia ich spinów (i momentów magnetycznych) a maksimum w przypadku antyrównoległego ustawienia spinów elektronów (rys. 5.17). Trzeba zauważyć, że ilościowe określenie energii oddziaływania wymiennego w materiałach ferromagnetycznych stanowi do chwili obecnej trudny, nie w pełni rozwiązany problem.

Od dawna wiadomo było, że jeżeli materiał ferromagnetyczny ogrzać powyżej pewnej temperatury  $T_c$ , zwanej temperaturą Curie, to spontaniczne namagnesowanie  $M$  materiału znika. Zmniejszanie się namagnesowania  $M$  ze wzrostem temperatury  $T$  zachodzi w sposób ciągły. Tłumaczy się to faktem stopniowego niszczenia stanu uporządkowania momentów magnetycznych atomów w wyniku ich coraz intensywniejszych ruchów cieplnych, w miarę wzrostu temperatury ferromagnetyka. Dla dostatecznie niskich temperatur, gdy momenty magnetyczne wszystkich atomów mają jednakowy (w obrębie domeny) kierunek, namagnesowanie osiąga wartość nasycenia,  $M = M_{nas}$ , gdzie:

$$M_{nas} = n_0 p_m \quad (5.99)$$

( $n_0$  — liczba atomów w jednostce objętości). Zależność namagnesowania żelaza od temperatury w zredukowanych zmiennych,  $M/M_{nas}$  w funkcji  $T/T_c$ , przedstawia rysunek 5.18 (1 — zależność doświadczalna, 2 — teoria Weissa, 3 — teoria kwantowa, oparta na teorii Weissa). Jak widać, kwantowa wersja teorii Weissa daje znacznie lepszą zgodność z doświadczeniem od teorii klasycznej. Obie teorie mają jednak przybliżony charakter. Problem ścisłego



Rysunek 5.18:

obliczenia przebiegu namagnesowania ferromagnetyka w funkcji temperatury na podstawie mechaniki kwantowej pozostaje, jak dotąd, nierozwiązany.

W temperaturach wyższych od temperatury Curie  $T_c$  materiał ferromagnetyczny zachowuje się w zewnętrznych polach magnetycznych podobnie do materiału paramagnetycznego. Jednakże zależność podatności magnetycznej ferromagnetyków  $\chi_m$  od temperatury różni się nieco od prawa Curie (poprzedni podrozdział) i ma postać:

$$\chi_m \sim \frac{1}{T - T_c}, \quad T > T_c, \quad (5.100)$$

zwaną *prawem Curie-Weissa*. Ilustrację tego prawa stanowi wykres 5.19 (por. z wykresem 5.12 dla paramagnetyka). Różnice w przebiegu zależności  $\chi_m - T$  dla para- i ferromagnetyków świadczą, że w ferromagnetykach oddziaływania wymienne spinów elektronów odgrywają istotną rolę również powyżej punktu Curie.

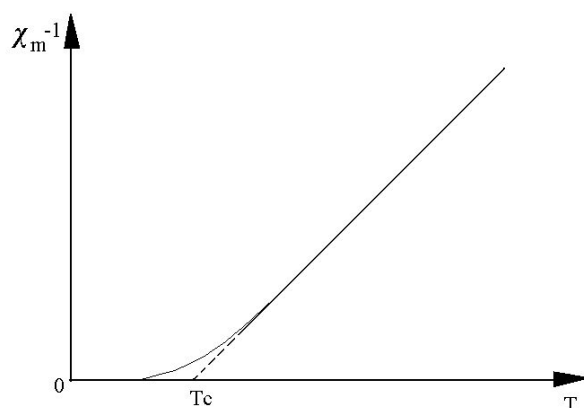
Prawo Curie-Weissa można prosto uzasadnić na podstawie teorii Weissa. Zakłada ona, że pole magnetyczne  $\mathbf{B}_a$ , działające na atom w ferromagnetyku, jest sumą zewnętrznego pola  $\mathbf{B}_0$  oraz tzw. pola molekularnego  $\mathbf{B}'$  wewnątrz ferromagnetyka, proporcjonalnego do jego namagnesowania  $\mathbf{M}$ :

$$\mathbf{B}_a = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}', \quad (5.101)$$

gdzie:

$$\mathbf{B}_0 = \mu_0 \mathbf{H}, \quad (5.102)$$

$$\mathbf{B}' = \mu_0 \lambda \mathbf{M}. \quad (5.103)$$



Rysunek 5.19:

W teorii Weissa oddziaływania sąsiednich atomów zastępuje się oddziaływaniem momentu magnetycznego  $\mathbf{p}_m$  atomu z polem molekularnym  $\mathbf{B}'$ , przy czym stała  $\lambda$  rzędu  $10^3$  określa energię tego oddziaływania. Z powyższych wzorów otrzymuje się zależność:

$$B_a = \mu_0 H + \mu_0 \lambda M. \quad (5.104)$$

Z drugiej strony, namagnesowanie ferromagnetyka wg. teorii Weissa powinien określać wzór (5.88) z poprzedniego podrozdziału, w którym należy zastąpić  $B$  przez  $B_a$ :

$$M = \frac{n_0 p_m^2 B_a}{3kT}, \quad (5.105)$$

co daje zależność:

$$M = \frac{\mu_0 n_0 p_m^2}{3kT} (H + \lambda M). \quad (5.106)$$

Obliczając stąd namagnesowanie  $M$  po prostych przekształceniach otrzymuje się:

$$M = \frac{CH}{T - T_c}, \quad (5.107)$$

gdzie:

$$C = \frac{\mu_0 n_0 p_m^2}{3k}, \quad (5.108)$$

$$T_c = \lambda C. \quad (5.109)$$

Uwzględniając wzór (5.35) z podrozdziału 5.2,

$$M = \chi_m H, \quad (5.110)$$

otrzymujemy dla podatności magnetycznej ferromagnetyka wzór:

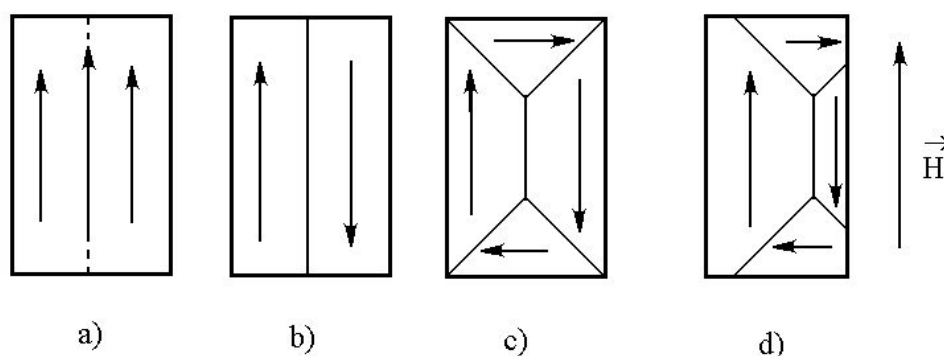
$$\chi_m = \frac{C}{T - T_c}, \quad (5.111)$$

tj. prawo Curie-Weissa.

Omówimy teraz w skrócie zagadnienia, dotyczące domenowej struktury ferromagnetyków. Domeny można bezpośrednio obserwować pod mikroskopem, nanosząc na wypolerowaną powierzchnię ferromagnetyka drobny proszek ferromagnetyczny, zawieszony w cieczy. Metoda ta została zapoczątkowana przez F. Bittera w 1931 r. Umożliwia ona określenie kształtów i rozmiarów domen oraz ich zachowania się pod wpływem zewnętrznego pola magnetycznego lub naprężeń mechanicznych.

Powstawanie domen w ferromagnetyku jest uwarunkowane tym, że całkowita energia oddziaływań magnetycznych próbki podzielonej na domeny jest niższa niż energia próbki o jednorodnym namagnesowaniu. Ilustrują to rysunki 5.20*a-c*, gdzie strzałki oznaczają wypadkowe momenty magnetyczne poszczególnych domen. Energia oddziaływania magnetycznego atomów w próbce b), podzielonej na dwie domeny będzie, przy dostatecznie dużych rozmiarach próbki, mniejsza niż w jednorodnej próbce a). W przypadku a) energia ta odpowiada w przybliżeniu energii potencjalnej oddziaływania dwóch magnesów o momentach magnetycznych skierowanych zgodnie, a w przypadku b) — energii oddziaływania magnesów o momentach magnetycznych skierowanych przeciwnie. Energia oddziaływania magnetycznego atomów w próbce c) jest jeszcze niższa.

Rozpatrując energię całkowitą próbki, związaną z jej namagnesowaniem, należy uwzględnić oprócz energii oddziaływania wypadkowych momentów magnetycznych domen, proporcjonalnej do ich objętości, również energię oddziaływania wymiennego atomów na powierzchni granicznej między domenami, proporcjonalną do wielkości tej powierzchni. Ponieważ na granicy domen zachodzi zmiana kierunku spinu atomów, przy podziale próbki na



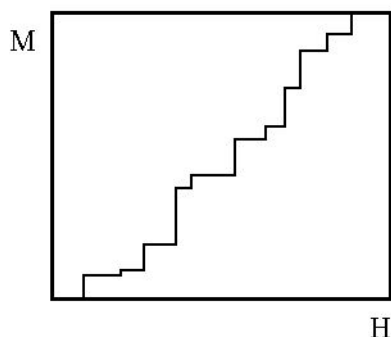
Rysunek 5.20:

większą ilość domen całkowita energia oddziaływania atomów na granicach domen wzrasta. Przy podziale próbki na coraz większą liczbę  $n$  domen stosunek powierzchni pojedynczej domeny do jej objętości rośnie (powierzchnia domeny jest proporcjonalna do  $n^{-2/3}$  a objętość domeny proporcjonalna do  $n^{-1}$ ). Wynika stąd, że podział dużej, jednorodnie namagnesowanej próbki na domeny będzie zachodził do momentu, gdy obniżenie energii oddziaływania momentów magnetycznych domen zrówna się z przyrostem energii oddziaływania atomów na granicach domen.

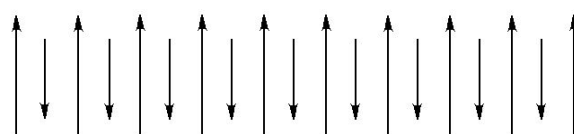
Jeżeli ferromagnetyk jest umieszczony w zewnętrznym polu magnetycznym, to wzrost jego namagnesowania jest związany głównie z dwoma procesami. W pierwszym etapie (początkowy odcinek krzywej namagnesowania) zachodzi powiększenie objętości domen, których momenty magnetyczne mają kierunek w przybliżeniu zgodny z kierunkiem zewnętrznego pola, co ilustruje rys. 5.20*d*. W drugim etapie następuje obrót momentów magnetycznych domen w kierunku pola zewnętrznego aż do ew. zniszczenia struktury domenowej i osiągnięcia jednorodnego namagnesowania ferromagnetyka. Oba procesy powodują obniżenie wypadkowej energii magnetycznej ferromagnetyka, związanej z oddziaływaniem momentów magnetycznych jego atomów z zewnętrznym polem magnetycznym.

Proces obrotu momentów magnetycznych domen w zewnętrznym polu magnetycznym ma skokowy charakter, co przejawia się nieciągłościami, występującymi na krzywej namagnesowania, „oglądanej w dużym powiększeniu” (rys. 5.21). Istnienie tych nieciągłości można zademonstrować, umieszczając ferromagnetyczny pręt w solenoidzie połączonym ze wzmacniaczem i głośnikiem i następnie zbliżając lub oddalając od pręta magnes. Nieciągłe zmiany namagnesowania pręta wytwarzają, na skutek zjawiska indukcji elektromagnetycznej, impulsy prądu w solenoidzie, słyszalne w głośniku jako wyraźne trzaski. Zjawisko to nazywa się efektem Barkhausena.

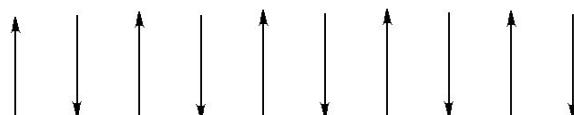
Na zakończenie omawiania własności magnetycznych substancji zauważymy, że istnieją materiały o bardziej złożonym uporządkowaniu spinów



Rysunek 5.21:



ferrimagnetyk



antiferromagnetyk

Rysunek 5.22:

atomów, niż w ferromagnetykach (rys. 5.22). Ferrimagnetyki, np. magnetyt  $\text{FeOFe}_2\text{O}_3$ , są ferromagnetykami. Mają one jednak pewne szczególne cechy jak: niskie przewodnictwo elektryczne, b. mała lub b. duża wartość koercji. Materiały te nazywa się często ferrytami. Antyferromagnetyki nie wykazują spontanicznego namagnesowania. Cechuje je szczególna zależność podatności magnetycznej od temperatury — początkowy wzrost aż do osiągnięcia maksimum w tzw. temperaturze Neela  $T_N$  i dalszy spadek, zgodnie z prawem Curie. Antyferromagnetykiem jest np. tlenek manganu,  $\text{MnO}$ .