

Rozdział 2

Elektrostatyka — dielektryki

2.1 Stała dielektryczna. Ładunki polaryzacyjne

W rozdziale tym będziemy rozważać wpływ izolujących ośrodków — dielektryków na oddziaływanie ładunków elektrycznych i wytworzone przez nie pole elektryczne. Za punkt wyjścia wygodnie jest przyjąć odkryte przez M. Faradaya zjawisko zwiększenia pojemności elektrycznej kondensatora po włożeniu między jego płytki dielektryka. Okazuje się, że stosunek pojemności C kondensatora wypełnionego dielektrykiem do pojemności C_0 identycznego „pustego” kondensatora jest wielkością stałą dla danego dielektryka, nazywaną *stałą dielektryczną* ε :

$$\varepsilon = \frac{C}{C_0} \quad (\varepsilon > 1). \quad (2.1)$$

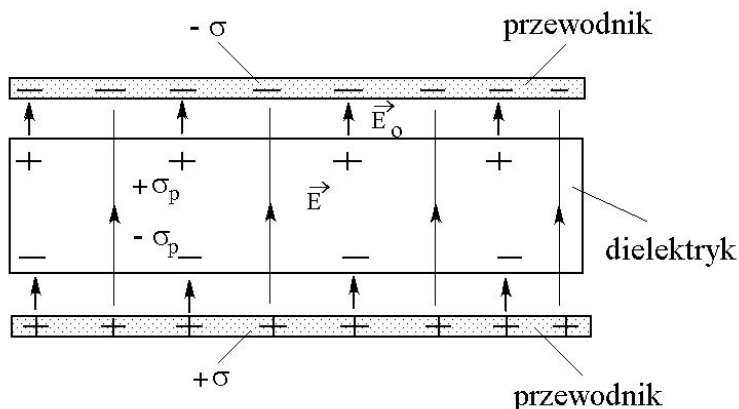
Jeżeli okładki kondensatora są odłączone od źródła napięcia przy wkładaniu dielektryka, znajdujący się na nich ładunek o bezwzględnej wartości Q nie może ulec zmianie. Ze wzoru na pojemność kondensatora, $C = Q/U$ wynika, że po umieszczeniu w nim dielektryka różnica potencjałów okładek kondensatora zmaleje ε razy:

$$U = \frac{U_0}{\varepsilon} \quad (2.2)$$

(U_0 i U — różnica potencjałów okładek kondensatora pustego i wypełnionego dielektrykiem). W przypadku kondensatora płaskiego, dla którego słuszna jest zależność $E = U/d$, można stwierdzić, że natężenie pola w kondensatorze również maleje ε razy:

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon} \quad (2.3)$$

(E_0 i E — natężenie pola kondensatora pustego i kondensatora z dielektrykiem). Można to wyjaśnić jedynie występowaniem na powierzchni dielektryka, umieszczonego w zewnętrznym polu elektrycznym, ładunków które wytwarzają pole elektryczne w przeciwnym kierunku (rys. 2.1). Ładunki wystę-



Rysunek 2.1:

pujące na powierzchniach dielektryka nazywamy *ładunkami polaryzacyjnymi* (lub *ładunkami związanymi*). Ich gęstości powierzchniowe będą oznaczone jako σ_p . Ładunki zgromadzone na okładkach kondensatora nazywa się często ładunkami swobodnymi.

Korzystając z rysunku 2.1 znajdziemy teraz związek między gęstością powierzchniową ładunku polaryzacyjnego a natężeniem pola elektrycznego \mathbf{E} w dielektryku (zakładamy, że nie ma widocznych na rysunku szczelin między dielektrykiem i okładkami). Natężenie pola \mathbf{E}_0 w pustym kondensatorze można wyrazić wzorem (por. podrozdział 1.13):

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \quad (2.4)$$

Ponieważ pole elektryczne \mathbf{E} wewnątrz dielektryka jest wytwarzane zarówno przez ładunki swobodne jak i związane, których znaki są przeciwne, więc:

$$E = \frac{\sigma - \sigma_p}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_p}{\varepsilon_0}, \quad (2.5)$$

$$E = E_0 - \frac{\sigma_p}{\varepsilon_0}. \quad (2.6)$$

Biorąc pod uwagę wzór (2.3), z ostatniego wzoru otrzymujemy:

$$E = \varepsilon E - \frac{\sigma_p}{\varepsilon_0}, \quad (2.7)$$

$$\sigma_p = (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E. \quad (2.8)$$

Wielkość χ_e , zdefiniowaną wzorem:

$$\chi_e = \varepsilon - 1 \quad (2.9)$$

lub wzorem

$$\varepsilon = 1 + \chi_e \quad (2.10)$$

nazywa się podatnością elektryczną dielektryka. Wzór (2.8) można więc zapisać jako:

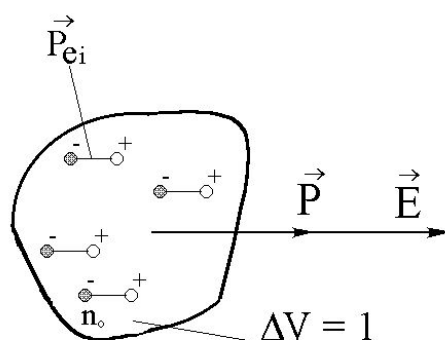
$$\sigma_p = \chi_e \varepsilon_0 E. \quad (2.11)$$

Widzimy, że stała dielektryczna danego dielektryka jest wielkością niezależną od pola elektrycznego, jeżeli gęstość ładunku polaryzacyjnego jest proporcjonalna do natężenia pola.

Przyczyną pojawienia się ładunków polaryzacyjnych na powierzchni dielektryka, umieszczonego w polu elektrycznym, jest tzw. zjawisko *polaryzacji dielektryka*. W nieobecności zewnętrznego pola każdy, dostatecznie duży, obszar dielektryka jest elektrycznie obojętny. Natomiast pod wpływem wewnętrznego pola, w wyniku jego oddziaływania z atomami lub cząsteczkami dielektryka, ten wydzielony obszar uzyskuje określony moment dipolowy, skierowany zgodnie z kierunkiem pola (rys. 2.2). W celu ilościowego scharakteryzowania polaryzacji danego dielektryka wprowadza się *wektor polaryzacji* \mathbf{P} . Jest on równy sumarycznemu momentowi dipolowemu wszystkich atomów lub cząsteczek, przypadającemu na jednostkę objętości (rys. 2.2)

$$\mathbf{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \mathbf{p}_{ei} \quad (2.12)$$

(sumę obliczamy po wszystkich atomach lub cząsteczkach w objętości ΔV). Objętość ΔV powinna być na tyle duża, aby zawierała ona znaczną liczbę atomów lub cząsteczek i jednocześnie tak mała, aby natężenie pola elektrycznego \mathbf{E} było w przybliżeniu stałe. Jeżeli momenty dipolowe wszystkich



Rysunek 2.2:

atomów (cząsteczek) mają tę samą wartość i kierunek, wektor polaryzacji można wyrazić wzorem:

$$\boxed{\mathbf{P} = n_0 \mathbf{p}_e}, \quad (2.13)$$

gdzie n_0 — liczba atomów (cząsteczek) w jednostce objętości. Polaryzacja (bezwzględna wartość wektora polaryzacji) ma wymiar:

$$[P] = \frac{\text{C} \cdot \text{m}}{\text{m}^3}, \quad (2.14)$$

to jest

$$[P] = \frac{\text{C}}{\text{m}^2}, \quad (2.15)$$

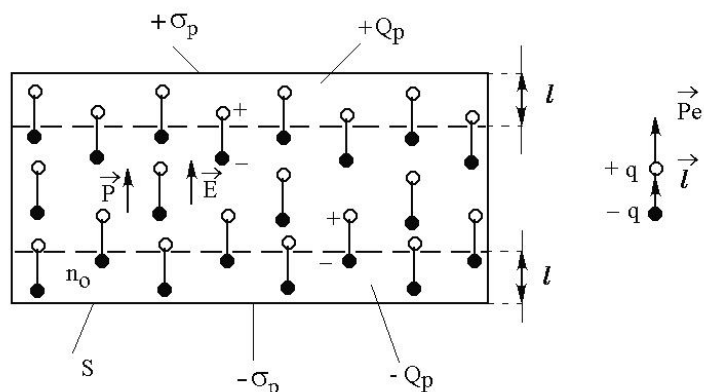
identyczny z wymiarem powierzchniowej gęstości ładunku.

Rozważmy teraz warstwę dielektryka umieszczoną w zewnętrznym jednorodnym polu elektrycznym, jak na rysunku 2.1. Wektor polaryzacji \mathbf{P} powinien mieć wówczas stałą wartość w każdym punkcie dielektryka. Z rysunku 2.3 widać, że wewnątrz dielektryka nie występuje żaden sumaryczny ładunek za wyjątkiem warstw o grubości l , odpowiadającej odległości ładunków obu znaków w atomie lub cząsteczce, położonych przy powierzchniach dielektryka. Bezwzględna wartość ładunku w każdej z tych warstw wynosi:

$$Q_p = qn_0Sl \quad (2.16)$$

(q — bezwzględna wartość ładunków dipola atomowego, n_0 — liczba atomów w jednostce objętości, S — pole przekroju poprzecznego warstwy) a powierzchniowa gęstość ładunku polaryzacyjnego jest równa:

$$\sigma_p = qn_0l = n_0ql = n_0p_e, \quad (2.17)$$



Rysunek 2.3:

czyli, jak wynika z wzoru (2.13):

$$\sigma_p = P. \quad (2.18)$$

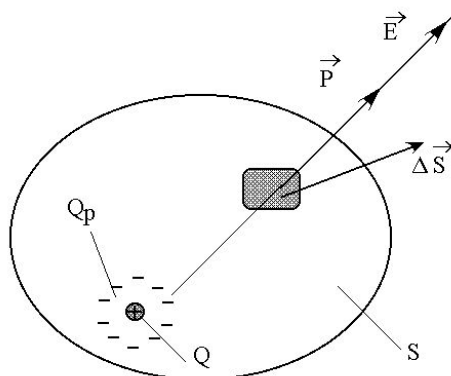
Bezwzględna wartość gęstości ładunku polaryzacyjnego jest więc, w rozpatrywanym przypadku, równa polaryzacji. Korzystając ze wzoru (2.11) i biorąc pod uwagę zgodność kierunków wektorów \mathbf{E} i \mathbf{P} można teraz napisać związek:

$$\boxed{\mathbf{P} = \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E}}, \quad (2.19)$$

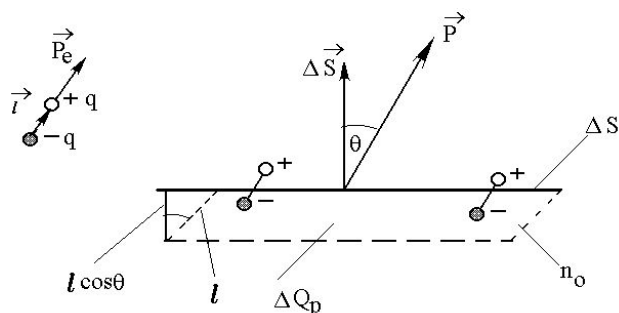
zgodnie z którym polaryzacja jest wprost proporcjonalna do natężenia pola. W rzeczywistości związek ten jest na ogół spełniony jedynie dla ograniczonego zakresu natężenia pola, nie przekraczającego pewnej maksymalnej wartości, jak będzie pokazane w podrozdziale 2.4.

2.2 Prawo Gaussa dla dielektryków. Wektor indukcji elektrycznej

W poprzednim podrozdziale pokazano, że w przypadku gdy natężenie pola \mathbf{E} i polaryzacja \mathbf{P} w dielektrykach są jednorodne, ładunki polaryzacyjne występują wyłącznie na powierzchni dielektryka. Jeżeli jednak w dielektryku istnieje niejednorodne pole elektryczne i niejednorodna polaryzacja, ładunki polaryzacyjne występują również wewnątrz dielektryka. Jeżeli w szczególności w dielektryku mamy pojedynczy ładunek punktowy, jest on częściowo „przesłaniany” przez otaczający go ładunek polaryzacyjny przeciwnego znaku (rys. 2.4). W rezultacie pola wytwarzane przez ładunki w dielektrykach i siły wzajemnego oddziaływania ładunków są mniejsze niż w próżni.



Rysunek 2.4:



Rysunek 2.5:

W celu uogólnienia prawa Gaussa na przypadek ładunków w dielektrykach wyprowadzimy wzór, określający całkowity ładunek polaryzacyjny, zawarty wewnątrz zamkniętej powierzchni S (na rysunku 2.4 przyjęto, że pole elektryczne i wynikowa polaryzacja są wytwarzane przez pojedynczy ładunek punktowy $+Q$, co nie jest istotne dla dalszych rozważań). Korzystając z rysunku 2.5 i rozumując podobnie, jak w poprzednim podrozdziale można znaleźć wartość ładunku polaryzacyjnego ΔQ_p leżącego wewnątrz powierzchni S , przypadającego na powierzchnię ΔS . Należy podkreślić że ładunek ΔQ_p nie musi być zlokalizowany w pobliżu powierzchni ΔS . Liczymy w istocie sumaryczny ładunek dipoli „przeciętych” przez tę powierzchnię, znajdujący się po jej wewnętrznej stronie. W rezultacie otrzymujemy wzór:

$$\begin{aligned}\Delta Q_p &= -qn_0 \Delta S l \cos \theta = -n_0 q l \Delta S \cos \theta \\ &= -n_0 p_e \Delta S \cos \theta = -P \Delta S \cos \theta,\end{aligned}\quad (2.20)$$

czyli

$$\Delta Q_p = -\mathbf{P} \cdot \Delta \mathbf{S}.\quad (2.21)$$

Całkowity ładunek polaryzacyjny wewnątrz powierzchni S będzie więc równy strumieniowi wektora polaryzacji przez tę powierzchnię ze znakiem minus:

$$Q_p = -\oint_S \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S}.\quad (2.22)$$

Uwzględniając istnienie ładunków polaryzacyjnych, prawo Gaussa dla strumienia natężenia pola \mathbf{E} należy pisać w postaci:

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q + Q_p}{\epsilon_0},\quad (2.23)$$

gdzie po prawej stronie występuje sumaryczny ładunek, będący sumą ładunków swobodnych i polaryzacyjnych wewnątrz powierzchni S . Wzór ten nie

jest wygodny do obliczeń, ponieważ ładunek polaryzacyjny nie jest znany *a priori*. Korzystając ze wzoru (2.22) ostatni wzór można przekształcić do postaci:

$$\varepsilon_0 \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} - Q_p = Q, \quad (2.24)$$

$$\oint_S (\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) \cdot d\mathbf{S} = Q, \quad (2.25)$$

gdzie po prawej stronie występuje tylko sumaryczny ładunek swobodny. Definiując teraz *wektor indukcji elektrycznej* \mathbf{D} wzorem:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad (2.26)$$

$$[D] = \frac{C}{m^2}, \quad (2.27)$$

z równania (2.25) otrzymuje się:

$$\boxed{\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q}. \quad (2.28)$$

Ostatnie równanie przedstawia *prawo Gaussa dla wektora indukcji elektrycznej* i zgodnie z powyższym rozumowaniem jest słuszne dla dowolnego dielektryka (a także dla próżni). Wielkość:

$$\boxed{\Phi_D = \int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}}, \quad (2.29)$$

$$[\Phi_D] = C \quad (2.30)$$

jest strumieniem indukcji elektrycznej przez powierzchnię S . Sformułowane prawo Gaussa możemy więc napisać jako:

$$\Phi_D = Q. \quad (2.31)$$

Na podstawie podanego prawa Gaussa można łatwo obliczyć indukcję \mathbf{D} pola elektrycznego, wytworzoną przez znajdujące się w dielektryku ładunki swobodne, przynajmniej w szczególnych przypadkach (dla pojedynczego ładunku punktowego lub ciągłego rozkładu ładunków charakteryzującego się wysoką symetrią). Wyznaczenie natężenia pola \mathbf{E} na tej podstawie wymaga jednak znajomości związku między wektorami \mathbf{D} i \mathbf{E} , który w ogólnej postaci określa wzór (2.26). Jeżeli $\mathbf{P} \sim \mathbf{E}$, zgodnie ze wzorem (2.19) z poprzedniego podrozdziału, to ze wzoru (2.26) otrzymuje się:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E} = (1 + \chi_e) \varepsilon_0 \mathbf{E}, \quad (2.32)$$

czyli, biorąc pod uwagę związek $\varepsilon = 1 + \chi_e$ (por. poprzedni podrozdział):

$$\boxed{\mathbf{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}}. \quad (2.33)$$

Analogiczna zależność w próżni ($\varepsilon = 1$) ma postać:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}_0. \quad (2.34)$$

Widzimy więc, że natężenie pola elektrycznego w dielektryku jest ε razy mniejsze od natężenia pola w próżni, wytworzonego przez ten sam układ ładunków:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}_0}{\varepsilon}. \quad (2.35)$$

Analogiczne zależności zachodzą m.in. dla potencjału pola elektrycznego ($\varphi = \varphi_0/\varepsilon$) i dla siły oddziaływania ładunków punktowych ($F = F_0/\varepsilon$). Prawo Coulomba w przypadku ładunków znajdujących się w dielektryku możemy więc zapisać jako:

$$\boxed{F = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}}. \quad (2.36)$$

Wzór określający gęstość energii pola elektrycznego w dielektryku ma natomiast postać:

$$w_e = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{ED}{2}. \quad (2.37)$$

Zapiszemy jeszcze wzory (2.22) i (2.28) w postaci różniczkowej. Prawą stronę wzoru (2.22) można, korzystając z twierdzenia Gaussa, napisać jako:

$$\oint_S \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{P} dV \quad (2.38)$$

gdzie V — objętość obszaru, ograniczonego powierzchnią S . Z drugiej strony, całkowity ładunek polaryzacyjny w obszarze V można wyrazić jako:

$$Q_p = \int_V \varrho_p dV \quad (2.39)$$

(ϱ_p - gęstość objętościowa ładunku polaryzacyjnego). Ze wzoru (2.22) otrzymujemy zatem:

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{P} dV = - \int_V \varrho_p dV. \quad (2.40)$$

Ponieważ związek ten zachodzi dla dowolnego obszaru V , więc:

$$\nabla \cdot \mathbf{P} = -\varrho_p. \quad (2.41)$$

Widać, że ładunek polaryzacyjny istnieje tylko w tych punktach dielektryka, gdzie $\nabla \cdot \mathbf{P} \neq 0$. W przypadku, gdy dielektryk jest jednorodnie spolaryzowany, $\mathbf{P} = \text{const}$, to $\nabla \cdot \mathbf{P} = 0$ i $\varrho_p = 0$, jak wspomniano wcześniej. W analogiczny sposób, z prawa Gaussa (2.28) dla wektora indukcji elektrycznej, otrzymuje się wzór:

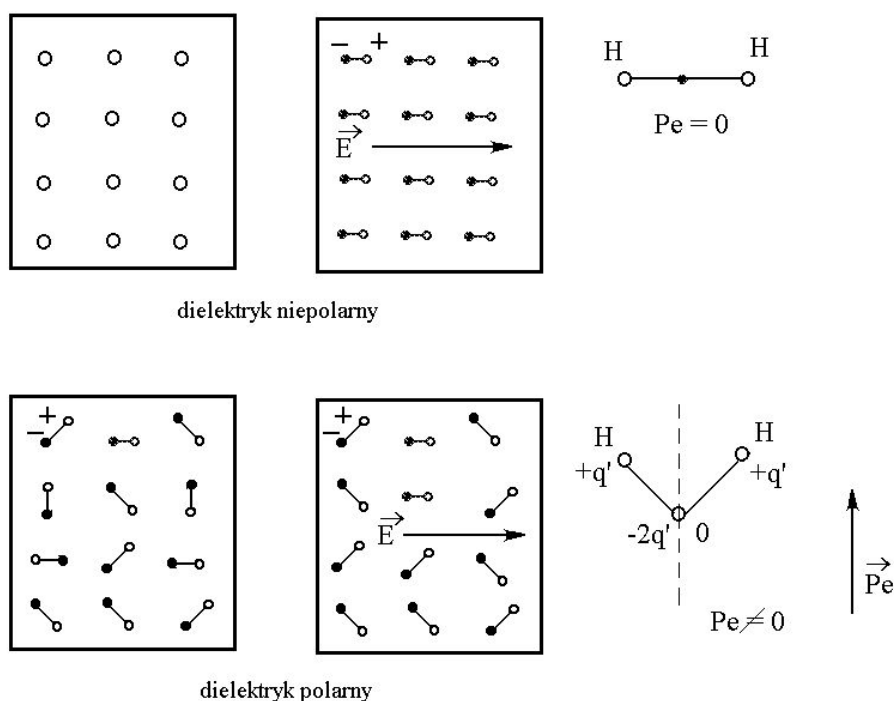
$$\boxed{\nabla \cdot \mathbf{D} = \varrho}, \quad (2.42)$$

gdzie ϱ jest gęstością ładunku swobodnego w dielektryku.

2.3 Dielektryki niepolarne

Rozpatrzmy obecnie związek między własnościami elektrycznymi określonego dielektryka a zjawiskami zachodzącymi w jego cząsteczkach (lub atomach) pod wpływem pola elektrycznego. Jak stwierdzono w podrozdziale 2.1, polaryzacja dielektryka, umieszczonego w polu elektrycznym, jest spowodowana istnieniem określonych momentów dipolowych jego cząsteczek.

Można wyróżnić tutaj dwie sytuacje (rys. 2.6). Jeżeli cząsteczki dielektryka są symetryczne (np. H_2 , CH_4), przy braku zewnętrznego pola środki ciężkości dodatnich ładunków jąder i ujemnych ładunków elektronów pokrywają się ze środkiem symetrii cząsteczki i jej moment dipolowy jest równy zeru. Pod wpływem zewnętrznego pola następuje natomiast przemieszczenie środków ciężkości ładunków jąder i elektronów i w cząsteczce zostaje indukowany moment dipolowy. Tego rodzaju cząsteczki oraz złożone z nich dielektryki nazywamy *niepolarnymi* a omówiony mechanizm polaryzacji dielektryka — *polaryzacją elektronową*. Jeżeli natomiast cząsteczki dielektryka nie mają środka symetrii (np. HCl , H_2O) środki ciężkości ładunków jąder i elektronów są rozsunięte na pewną odległość i moment dipolowy cząsteczki jest różny od zera nawet w nieobecności zewnętrznego pola. Przyłożenie pola elektrycznego do dielektryka powoduje wówczas częściową orientację cząste-



Rysunek 2.6:

czek wzdłuż linii sił pola. Takie cząsteczki i zbudowane z nich dielektryki nazywamy *polarnymi* a rozpatrywany mechanizm polaryzacji dielektryka — *polaryzacją orientacyjną*.

Dalej podamy wzory, określające stałą dielektryczną obu rodzajów dielektryków, posługując się z konieczności uproszczonymi modelami budowy ich cząsteczek lub atomów. Jak wspomniano na wstępie, poprawny opis własności cząsteczek i atomów daje dopiero mechanika kwantowa. Będziemy też pomijać wzajemne oddziaływanie momentów dipolowych pojedynczych atomów lub cząsteczek. Założenie to jest w przybliżeniu poprawne w przypadku gazów, nie jest natomiast dopuszczalne w przypadku cieczy lub ciał stałych.

Rozpatrzmy najpierw przypadek gazu złożonego z cząsteczek niepolarnych, biorąc jako przykład wodór H_2 . Przyjmując, że moment dipolowy cząsteczki wodoru jest równy sumie momentów dipolowych obu jej atomów, oszacujemy jego wartość korzystając z teorii Bohra. Zgodnie z nią, elektron w atomie wodoru porusza się po orbicie kołowej o określonym promieniu r pod wpływem siły F_e przyciągania elektrostatycznego ładunku elektronu, równego $-e$, przez ładunek jądra, równy $+e$ (rys. 2.7):

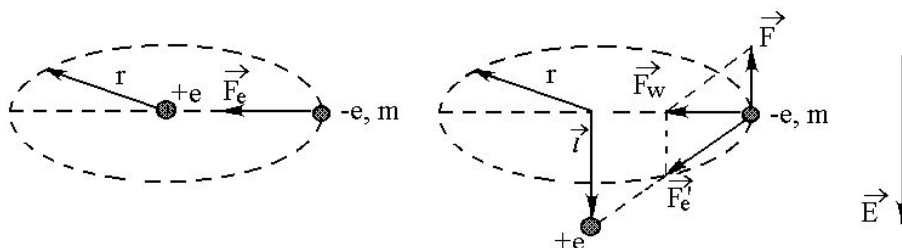
$$F_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (2.43)$$

Gdy atom zostanie umieszczony w zewnętrznym polu elektrycznym o natężeniu \mathbf{E} , prostopadłym do płaszczyzny orbity, jądro atomu przesunie się o odległość l (rysunek 2.7). Siła F , działająca na elektron ze strony zewnętrznego pola, wynosi:

$$F = eE. \quad (2.44)$$

Jeżeli promień orbity elektronu nie zmieni się, działająca na elektron wypadkowa siła F_w musi być równa sile F_e , określonej wzorem (2.43),

$$F_w = F_e. \quad (2.45)$$



Rysunek 2.7:

Na podstawie rysunku 2.7 można napisać proporcję:

$$\frac{l}{r} = \frac{F}{F_w}, \quad (2.46)$$

skąd, uwzględniając wzory (2.43) - (2.45), otrzymuje się:

$$\frac{l}{r} = \frac{eE}{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}}, \quad (2.47)$$

czyli

$$el = 4\pi\epsilon_0 r^3 E. \quad (2.48)$$

Ostatni wzór przedstawia moment dipolowy atomu wodoru, indukowany przez zewnętrzne pole elektryczne:

$$p_e = 4\pi r^3 \epsilon_0 E. \quad (2.49)$$

Widać, że moment dipolowy jest proporcjonalny do trzeciej potęgi promienia atomu wodoru (promienia orbity elektronu) oraz do natężenia zewnętrznego pola. Obie zależności są w rzeczywistości spełnione również dla bardziej złożonych atomów i cząsteczek. Ogólnie moment dipolowy atomu lub cząsteczki, indukowany przez zewnętrzne pole elektryczne zapisuje się jako:

$$\boxed{p_e = \alpha \epsilon_0 E}, \quad (2.50)$$

$$[\alpha] = \text{m}^3, \quad (2.51)$$

gdzie współczynnik α nosi nazwę *polaryzowalności* atomu lub cząsteczki. Polaryzowalność atomu wodoru, zgodnie z podanym oszacowaniem, powinna wynosić:

$$\alpha_H = 4\pi r^3. \quad (2.52)$$

W powyższym wzorze należy przyjąć określoną wartość promienia r orbity elektronu. Najbardziej naturalne jest założenie, że promień r równa się promieniowi pierwszej orbity elektronu w modelu Bohra, wynoszącemu $r_1 = 5,28 \cdot 10^{-11}$ m:

$$\alpha_H = 4\pi r_1^3. \quad (2.53)$$

Dokładna wartość polaryzowalności α_H , obliczona na podstawie mechaniki kwantowej, wynosi:

$$\alpha_H = 18\pi r_1^3, \quad (2.54)$$

jest więc 4,5 razy większa. Nie należy się jednak spodziewać lepszej zgodności w przypadku powyższych, przybliżonych obliczeń.

Znając polaryzowalność atomów lub cząsteczek, wchodzących w skład danego dielektryka, można łatwo obliczyć jego podatność elektryczną i stałą dielektryczną. Zgodnie ze wzorem (2.13) z podrozdziału 2.1 oraz wzorem (2.50) mamy następujące wyrażenie określające polaryzację dielektryka:

$$P = n_0 p_e = n_0 \alpha \varepsilon_0 E. \quad (2.55)$$

Z drugiej strony, polaryzację można wyrazić wzorem (2.19) z podrozdziału 2.1:

$$P = \chi_e \varepsilon_0 E. \quad (2.56)$$

Z porównania wzorów wynika, że podatność elektryczna dielektryka niepolarnego wyraża się wzorem:

$$\boxed{\chi_e = \alpha n_0} \quad (2.57)$$

a jego stała dielektryczna jest równa:

$$\boxed{\varepsilon = 1 + \alpha n_0}. \quad (2.58)$$

Przykładowo, dla wodoru w warunkach normalnych, koncentracja atomów wodoru (występujących w cząsteczkach dwuatomowych) wynosi $n_0 = 2,96 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$ i z powyższych wzorów otrzymuje się:

$$\chi_{e\text{H}_2} \approx 2,5 \cdot 10^{-4}, \quad (2.59)$$

$$\varepsilon_{\text{H}_2} \approx 1,00025. \quad (2.60)$$

(w obliczeniach wykorzystano dokładny wzór (2.54) dla polaryzowalności). Wartości te są w przybliżeniu zgodne z wartościami doświadczalnymi.

W przypadku ciekłych dielektryków, złożonych z niepolarnych cząsteczek lub atomów, wartość podatności elektrycznej jest rzędu jedności, a wartość stałej dielektrycznej zawiera się najczęściej w przedziale $\varepsilon = 1,5 - 2,5$, co wynika z większej gęstości cieczy, w porównaniu z gazami. Przy obliczeniach stałej dielektrycznej cieczy należy uwzględnić, jak już wspomniano, oddziaływanie momentów dipolowych ich cząsteczek i podane powyżej wzory nie są słuszne. Odpowiedni wzór, określający stałą dielektryczną cieczy niepolarnych, nazywa się wzorem Clausiusa - Mosotiego.

2.4 Dielektryki polarne

Rozpatrzmy obecnie przypadek gazu, składającego się z cząsteczek polarnych. W pierwszym przybliżeniu można przyjąć, że wartość momentu dipolowego cząsteczki p_e nie zależy wówczas od natężenia zewnętrznego pola (tzw. przybliżenie sztywnych dipoli). Pod wpływem zewnętrznego pola elektrycznego cząsteczki dielektryka dążą do zajęcia takiego położenia, w którym

kierunek ich momentów dipolowych \mathbf{p}_e jest zgodny z kierunkiem natężenia pola \mathbf{E} . Ruch cieplny cząsteczek przeciwdziała częściowo takiemu ustawieniu, „rozrzucając” chaotycznie dipole cząsteczkowe. W rezultacie obu procesów występuje określona polaryzacja dielektryka, o kierunku zgodnym z kierunkiem natężenia pola.

Z powyższych rozważań wynika, że polaryzację dielektryka polarnego można wyrazić wzorem:

$$P = n_0 p_{e\acute{s}r}, \quad (2.61)$$

gdzie $p_{e\acute{s}r}$ jest średnią wartością składowej momentu dipolowego \mathbf{p}_e , skierowanej zgodnie z kierunkiem pola elektrycznego. Jakkolwiek wartość $p_{e\acute{s}r}$ można obliczyć dokładnie, przytoczymy poniżej tylko jej uproszczone oszacowanie. Ponieważ energia oddziaływania momentu dipolowego cząsteczki z polem elektrycznym wynosi co do rzędu wielkości $p_e E$ a energia ruchu cieplnego cząsteczek gazu jest w przybliżeniu równa kT (k — stała Boltzmana, T — temperatura bezwzględna) należy oczekiwać, że wartość $p_{e\acute{s}r}$ będzie, dla stosunkowo małego natężenia pola, proporcjonalna do momentu dipolowego cząsteczki p_e i do stosunku r energii elektrostatycznej do energii cząsteczki:

$$p_{e\acute{s}r} \approx p_e r, \quad r \ll 1, \quad (2.62)$$

gdzie:

$$r = \frac{p_e E}{kT}. \quad (2.63)$$

Otrzymujemy więc wzór:

$$p_{e\acute{s}r} \approx \frac{p_e^2 E}{kT}. \quad (2.64)$$

Dokładne obliczenia pokazują, że wartość $p_{e\acute{s}r}$ jest trzykrotnie mniejsza:

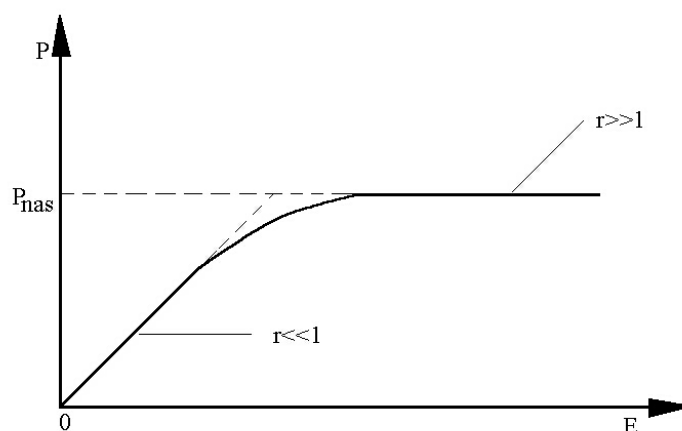
$$p_{e\acute{s}r} = \frac{p_e^2 E}{3kT}, \quad r \ll 1. \quad (2.65)$$

Jeżeli z kolei założyć, że energia cząsteczki w polu elektrycznym jest znacznie większa od energii cieplnej, $r \gg 1$, to momenty dipolowe wszystkich cząsteczek powinny być skierowane wzdłuż linii sił pola elektrycznego, co daje wzór:

$$p_{e\acute{s}r} = p_e, \quad r \gg 1. \quad (2.66)$$

Odpowiednie wzory, określające polaryzację dielektryka, mają więc postać:

$$P = \frac{n_0 p_e^2 E}{3kT}, \quad r \ll 1, \quad (2.67)$$



Rysunek 2.8:

$$P = n_0 p_e, \quad r \gg 1 \quad (2.68)$$

a jej zależność od natężenia pola ilustruje rysunek 2.8. Zaznaczona na rysunku wartość polaryzacji nasycenia odpowiada ostatniemu wzorowi, $P_{nas} = n_0 p_e$.

Należy zwrócić uwagę, że liniowa zależność między polaryzacją a natężeniem pola, zachodzi tylko dla $r \ll 1$ (wzór (2.67)). Obliczmy teraz dla tego przypadku podatność elektryczną i stałą dielektryczną gazu złożonego z polarnych cząsteczek. Ponieważ polaryzacja dielektryka wyraża się wzorem:

$$P = \chi_e \varepsilon_0 E, \quad (2.69)$$

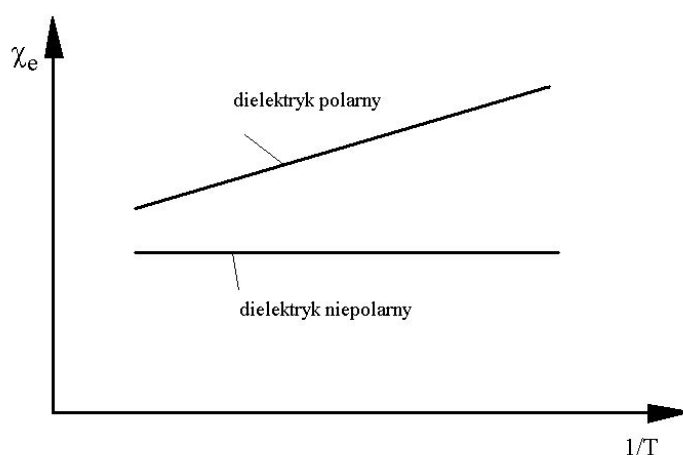
więc z porównania tego wzoru ze wzorem (2.67) otrzymuje się:

$$\chi_e = \frac{n_0 p_e^2}{3 \varepsilon_0 k T} \quad (2.70)$$

oraz

$$\varepsilon = 1 + \frac{n_0 p_e^2}{3 \varepsilon_0 k T}. \quad (2.71)$$

Jest widoczne, że podatność elektryczna χ_e dielektryków polarnych maleje odwrotnie proporcjonalnie do temperatury a ich stała dielektryczna ε również maleje z temperaturą. Przypomnimy, że w przypadku dielektryków niepolarnych obie wielkości są niezależne od temperatury. Ilustruje to rysunek 2.9. Mierząc podatność elektryczną gazu polarnego w funkcji temperatury można w prosty sposób, na podstawie wzoru (2.70) wyznaczyć moment dipolowy jego cząsteczek. Jakkolwiek podatności elektryczne gazów polarnych

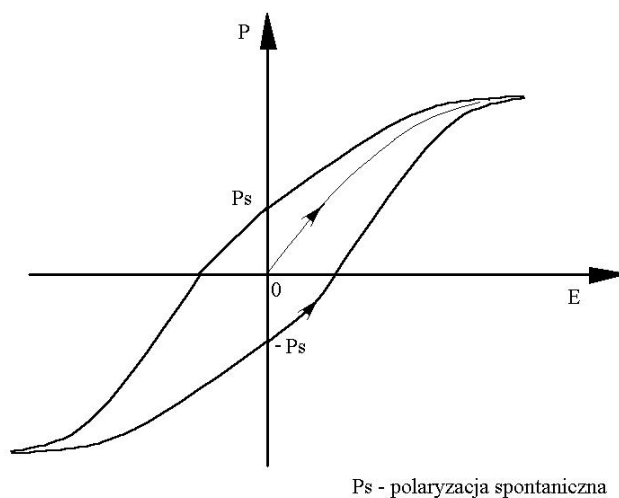


Rysunek 2.9:

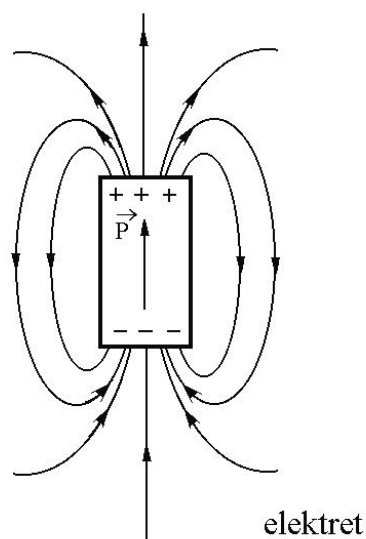
zależą od temperatury, są one zwykle większe o ok. rząd wielkości od podatności gazów niepolarnych, tj. są rzędu $\chi_e \approx 10^{-3}$. Podobnie podatność elektryczna i stała dielektryczna cieczy polarnych są na ogół większe o ok. rząd wielkości, niż w przypadku cieczy niepolarnych. Np. stała dielektryczna wody $\epsilon = 80$.

2.5 Ferroelektryki, elektrety, piezoelektryki

Na zakończenie obecnego rozdziału omówimy w skrócie własności dielektryczne wymienionych powyżej grup ciał stałych. Własności dielektryczne niektórych kryształów, zwanych *ferroelektrykami* (na przykład sól Seignetta, $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$, tytanian baru, BaTiO_3) wykazują dużą analogię do własności magnetycznych ferromagnetyków, które będą bardziej szczegółowo omawiane w dalszej części wykładu. Charakteryzują się one bardzo wysoką wartością stałej dielektrycznej (np. dla BaTiO_3 w określonej temperaturze $\epsilon = 5900$) oraz nieliniową zależnością polaryzacji od przyłożonego pola elektrycznego, wykazującą tzw. histerezę dielektryczną (z greckiego histerezis — opóźnienie; rys. 2.10). Jeżeli w chwili początkowej ferroelektryk nie jest spolaryzowany, to po przyłożeniu pola i zmniejszeniu następnie jego wartości do zera ferroelektryk zachowa określoną polaryzację (punkty odpowiadające wartościom P_s i $-P_s$ na wykresie). Ferroelektryczne własności kryształów zanikają powyżej pewnej charakterystycznej temperatury T_c , zwanej temperaturą lub punktem Curie. Zjawisko ferroelektryczności kryształów tłumaczy się istnieniem w nich spontanicznie spolaryzowanych obszarów, zwanych domenami. Po wprowadzeniu ferroelektryka w obszar pola elektrycznego następuje zmiana orientacji momentów dipolowych domen i kryształ uzyskuje trwałą polaryzację. Ferroelektryki stosuje się m.in. do wytwarzania konden-



Rysunek 2.10:



Rysunek 2.11:

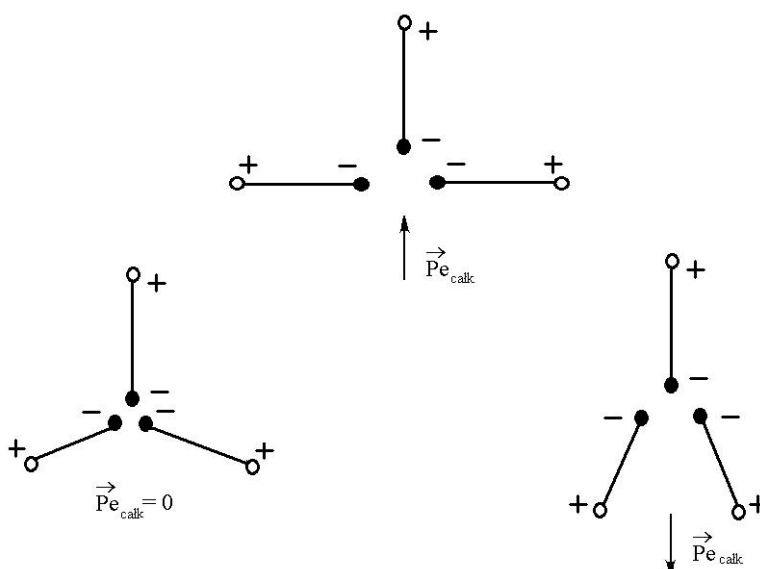
satorów o dużych pojemnościach.

Trwałą polaryzację elektryczną wykazują również niektóre inne dielektryki, zwane *elektretami* (lub elektresami); stanowią one odpowiedniki trwałych magnesów (rys. 2.11). Elektrety wytwarza się zwykle z dielektryków polarnych, których cząsteczki mają stosunkowo duże momenty dipolowe. Korzysta się przy tym z faktu, że zdolność ustawiania się momentów dipolowych cząsteczek ciał stałych wzdłuż kierunku pola elektrycznego silnie rośnie ze

wzrostem temperatury. Dielektryk ogrzany do temperatury bliskiej lub przekraczającej temperaturę topnienia, umieszcza się w silnym polu elektrycznym i następnie ochładza. Istniejąca w wysokiej temperaturze polaryzacja dielektryka zostaje w nim w ten sposób utrwalona, również po wyłączeniu pola. Można tak otrzymywać elektrety z wielu materiałów, zarówno nieorganicznych (np. siarka, selen), jak i organicznych (np. wosk karnauba, niektóre tworzywa sztuczne — ebonit, polimetakrylan metylu). Współcześnie elektrety wykonuje się, nanosząc na powierzchnie dobrego dielektryka, np. teflonu, warstwy ładunku przeciwnych znaków za pośrednictwem wyładowania jarzeniowego. Są one wykorzystywane m.in. w mikrofonach elektretowych.

Niektóre kryształy ulegają przejściowej polaryzacji pod wpływem odkształceń mechanicznych (tzw. zjawisko piezoelektryczne). Te same kryształy zmieniają swoje rozmiary pod wpływem zewnętrznego pola elektrycznego (tzw. odwrotne zjawisko piezoelektryczne). Kryształy w których zachodzą wymienione zjawiska, nazywamy *piezoelektrykami*.

W celu wyjaśnienia tych zjawisk rozpatrzmy hipotetyczny kryształ, którego cząsteczki składają się z trzech jednakowych dipoli elektrycznych ustawionych pod kątem 120° (rys. 2.12). Na skutek symetrii wypadkowy moment elektryczny cząsteczek $p_{\text{całk}} = 0$. Jeżeli jednak cząsteczki kryształu ulegną odkształceniu pod wpływem zewnętrznego naprężenia mechanicznego, to ich wypadkowe momenty będą różne od zera, $p_{\text{całk}} \neq 0$ i kryształ zostanie spolaryzowany. Na odwrót, zewnętrzne pole elektryczne spowoduje odkształcenie cząsteczek a tym samym wydłużenie lub skrócenie kryształu w kierunku pola. Przez przyłożenie zmiennego napięcia kryształ piezoelektryka



Rysunek 2.12:

zostaje pobudzony do drgań mechanicznych, których amplituda jest maksymalna, gdy częstotliwość napięcia odpowiada częstotliwości drgań własnych kryształu. Opierają się na tym najważniejsze zastosowania piezoelektryków: do wytwarzania ultradźwięków oraz do stabilizacji częstotliwości drgań w układach elektronicznych. Kryształami piezoelektrycznymi są m.in. kwarc, turmalin i sól Seignetta.