

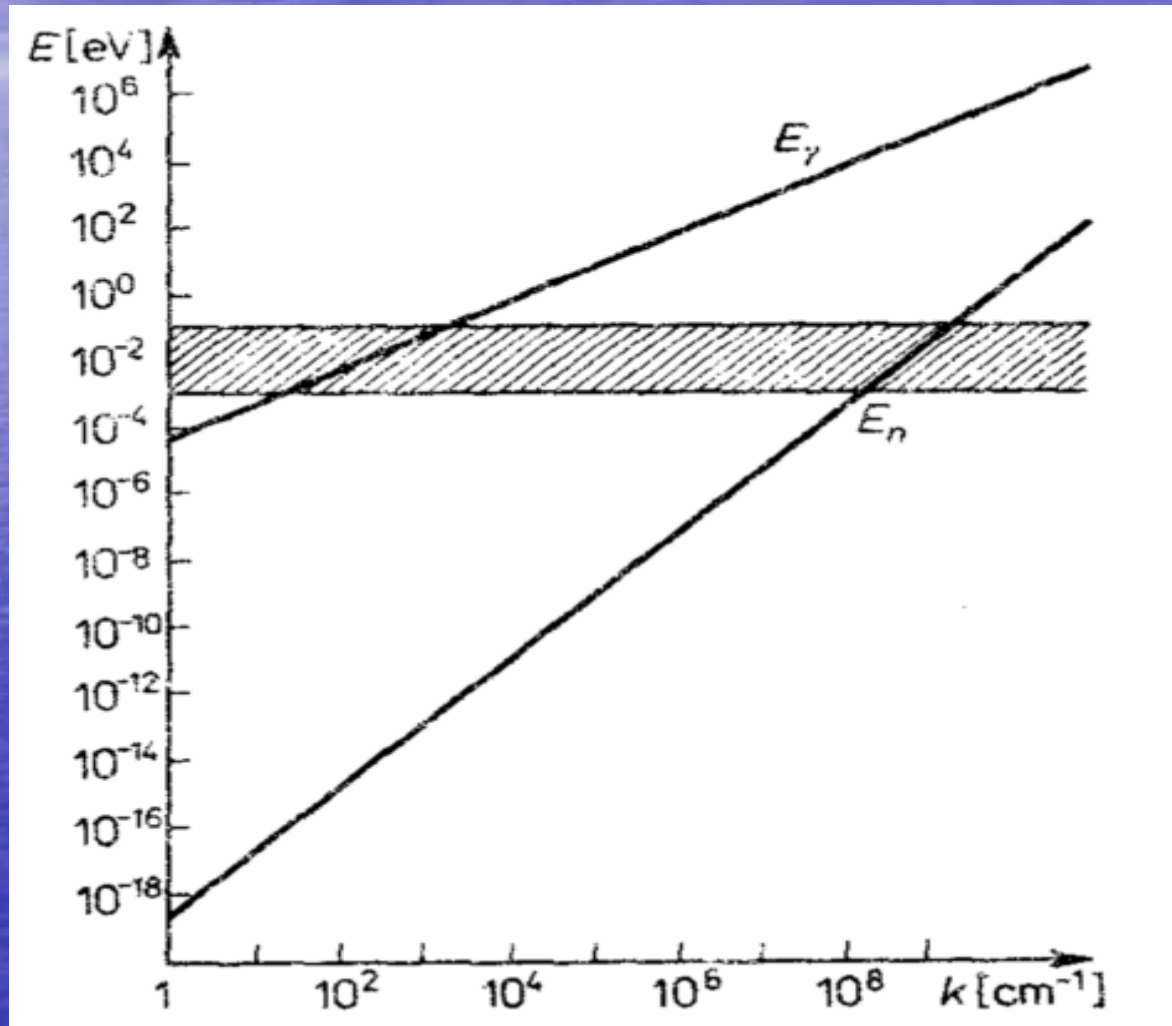
# **Rozpraszanie fal elektromagnetycznych**

## **Przykłady**

**Aleksander Miśta**

**Wzajemne relacje pomiędzy promieniowaniem a materią wynikają ze zjawisk związanych z oddziaływaniem promieniowania z materią. Do podstawowych zjawisk fizycznych tego rodzaju należą zjawiska odbicia i załamania promieniowania na granicy ośrodków, zjawisko rozproszenia światła oraz zjawisko polegające na absorpcji promieniowania przez materię.**

# Rozpraszanie neutronów na kryształach





Rozpatrzmy padający na kryształ neutron o pędzie  $\mathbf{p}$  i o energii  $E = p^2/2M_n$

Jako cząstka silnie oddziałująca jedynie z jądrami atomów kryształu neutron taki bez trudu wnika do jego wnętrza i następnie opuszcza go z różnym na ogół pędem  $\mathbf{p}'$  i energią  $E' = p'^2/2M_n$

Niech na początku eksperymentu kryształ znajduje się w stanie scharakteryzowanym fononowymi liczbami obsadzeń  $n_{\mathbf{k}s}$  i niech po oddziaływaniu z neutronem stan kryształu opisują liczby obsadzeń  $n'_{\mathbf{k}s}$ .

Z prawa zachowania energii wynika, że:

$$E' - E = - \sum \hbar\omega_{\mathbf{k}s} \Delta n_{\mathbf{k}s}$$

$$\mathbf{p}' - \mathbf{p} = - \sum \hbar \mathbf{k} \Delta n_{\mathbf{k}S} + (\hbar \times \text{wektor sieci odwrotnej})$$

Z dokładnością do składnika  $\hbar \mathbf{K}$ , gdzie  $\mathbf{K}$  jest pewnym wektorem sieci odwrotnej, zmiana pędu neutronu jest równa wziętej ze znakiem przeciwnym zmianie kwazipędu fononów.



**Istnienie obu praw zachowania, energii i kwazipędu, pozwala w prosty sposób wyznaczyć jawną postać fononowych praw dyspersji na podstawie danych o rozpraszaniu neutronów. W tym celu badamy rozkład wylatujących z kryształu po rozproszeniu neutronów, klasyfikując możliwe procesy rozproszeniowe zgodnie z całkowitą liczbą uczestniczących w takim procesie fononów, wymieniających się energiami z przechodzącym przez kryształ neutronem.**

# Rozpraszanie bezfononowe

$$\mathbf{p} = \hbar \mathbf{q}$$

$$\mathbf{p}' = \hbar \mathbf{q}'$$



**ograniczenia nakładane przez prawa zachowania sprowadzają się do równości:**

$$q=q'$$

$$q'=q+K$$

**Wyrażenia są identyczne z warunkami Lauego, które musi spełniać wektor falowy padającego i rozproszonego promieniowania rentgenowskiego, aby przy rozpraszaniu sprężystym mogło powstać maksimum Bragga**

**Zatem sprężyste rozproszone neutrony (tj. neutrony, które przy przejściu przez kryształ nie powodują powstania nowych czy też anihilacji już istniejących w kryształach fononów) mogą pojawić się tylko w tych kierunkach, dla których spełniony jest warunek Bragga. Neutrony te dają tę samą informację o strukturze kryształu, co sprężyste rozproszone promienie rentgenowskie.**



# **Rozpraszanie jednofononowe**

## absorpcja fononu:

$$E' = E + \hbar\omega_s(\mathbf{k})$$

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k} + \hbar\mathbf{K}$$

## emisja fononu:

$$E' = E - \hbar\omega_s(\mathbf{k})$$

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p} - \hbar\mathbf{k} + \hbar\mathbf{K}$$

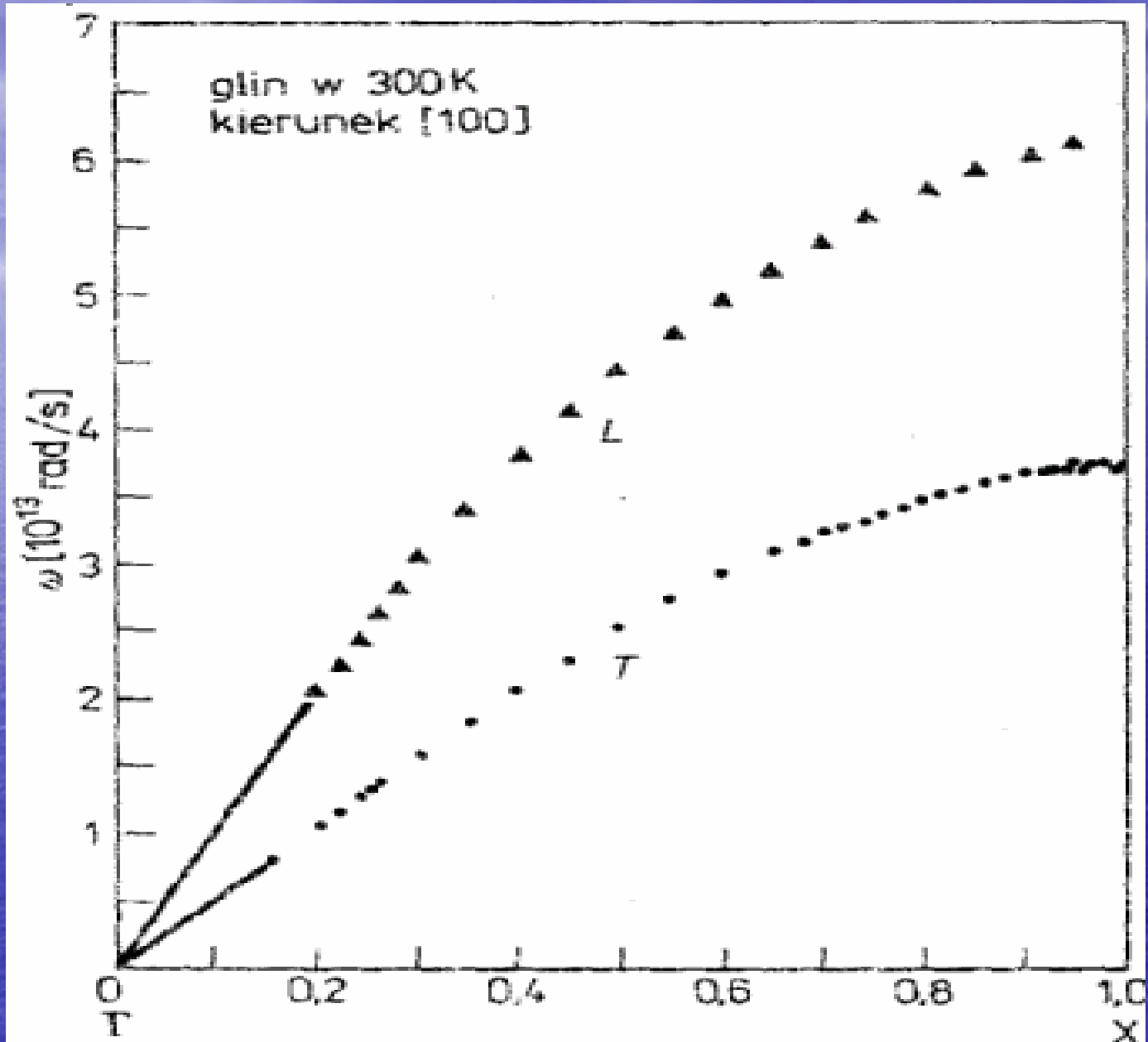
**Oba prawa zachowania prowadzą do jednego tylko równania, które można zapisać w postaci:**

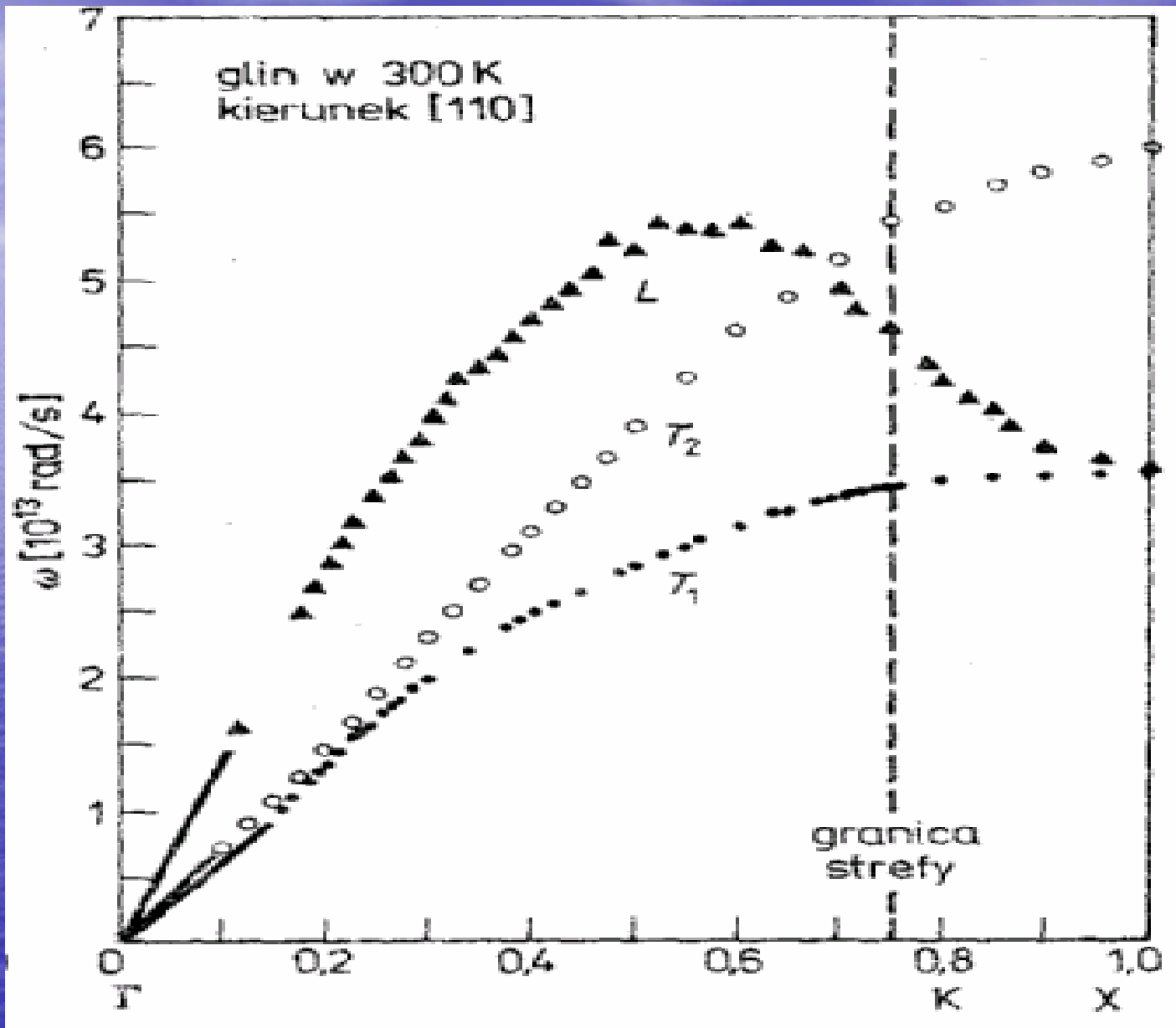
$$\frac{p'^2}{2M_n} = \frac{p^2}{2M_n} + \hbar\omega_s \left( \frac{\mathbf{p}' - \mathbf{p}}{\hbar} \right) \quad (\text{absorpcja fononu}),$$

$$\frac{p'^2}{2M_n} = \frac{p^2}{2M_n} - \hbar\omega_s \left( \frac{\mathbf{p} - \mathbf{p}'}{\hbar} \right) \quad (\text{emisja fononu}).$$



**Zmieniając będące w naszej dyspozycji parametry rozpraszania, takie jak energia padającej wiązki, orientacja kryształu i kierunek detekcji promieniowania rozproszonego, możemy wyznaczyć dużą liczbę punktów widma i w rezultacie z dużą dokładnością wyznaczyć przebieg fononowych krzywych dyspersji**







# Rozpraszanie dwufononowe

**W dwufononowym procesie rozpraszania neutron może pochłoniąć lub wyemitować dwa fonony lub też pochłoniąć jeden i wyemitować drugi fonon**

**Prawa zachowania mają wtedy postać:**

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \hbar\omega_s(\mathbf{k}) + \hbar\omega_{s'}(\mathbf{k}')$$

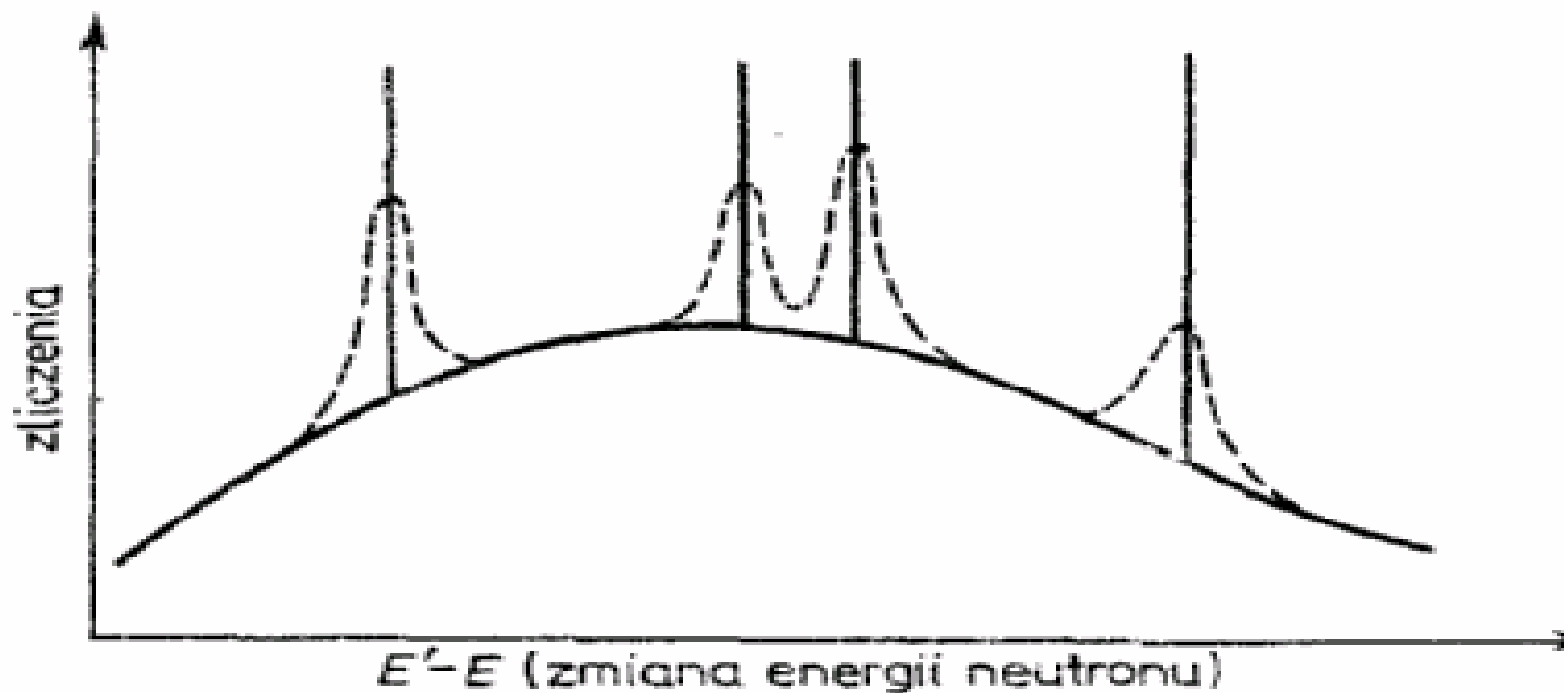
$$\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k} + \hbar\mathbf{k}' + \hbar\mathbf{K}$$

**Eliminując z tego układu równań wektor  $\mathbf{k}'$  otrzymujemy jeden warunek:**

$$E' = E + \hbar\omega_s(\mathbf{k}) + \hbar\omega_{s'}\left(\frac{\mathbf{p}' - \mathbf{p}}{\hbar} - \mathbf{k}\right)$$

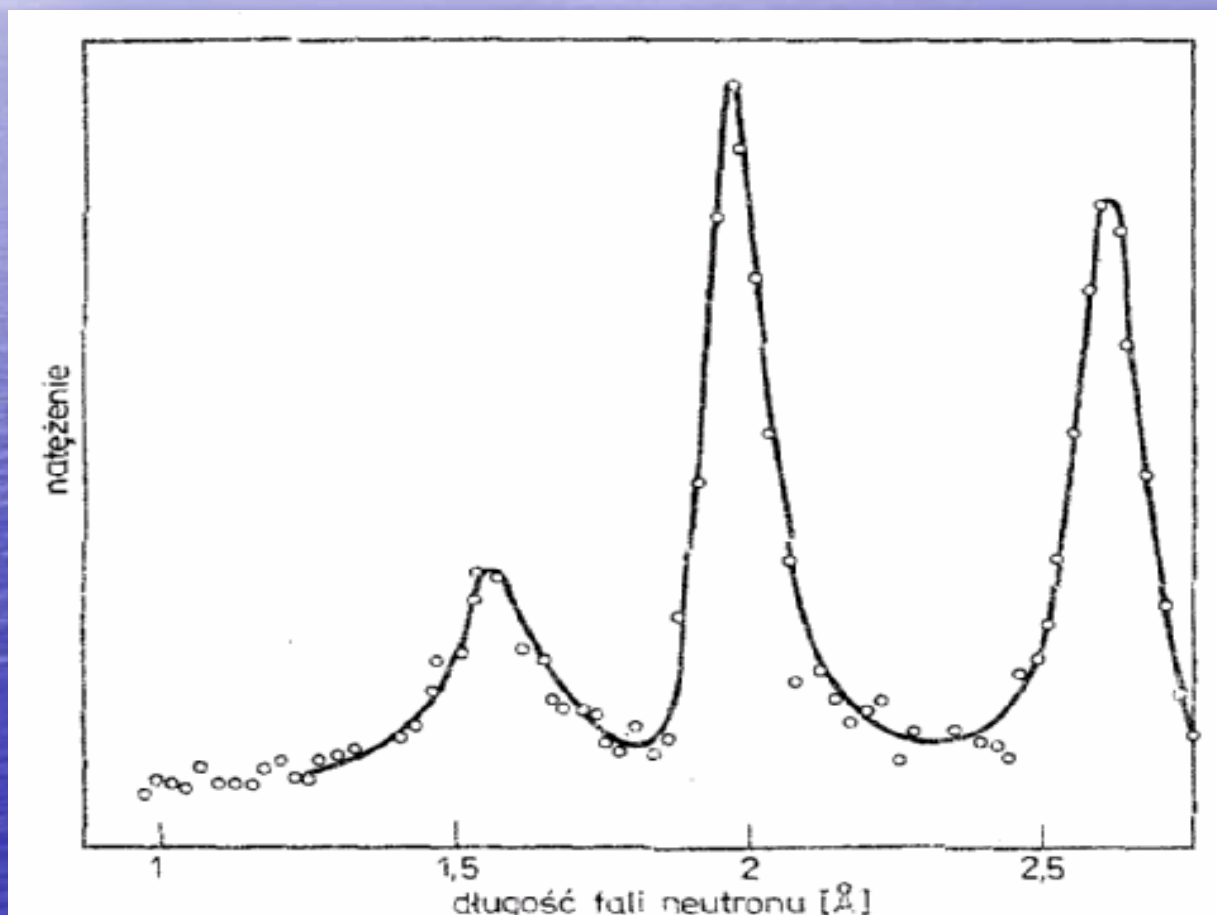
**W danym przypadku wektor  $k$  może się zmieniać w sposób ciągły w obrębie całej pierwszej strefy Brillouina, gdyż wektor falowy pochłoniętego fononu nie jest już wielkością, którą można by kontrolować z zewnątrz. Przy zmianach wektora  $k$  zmieniają się również dopuszczalne wartości energii opuszczających kryształy neutronów i całość rozproszonych w danym kierunku neutronów będzie mieć ciągły rozkład energii**

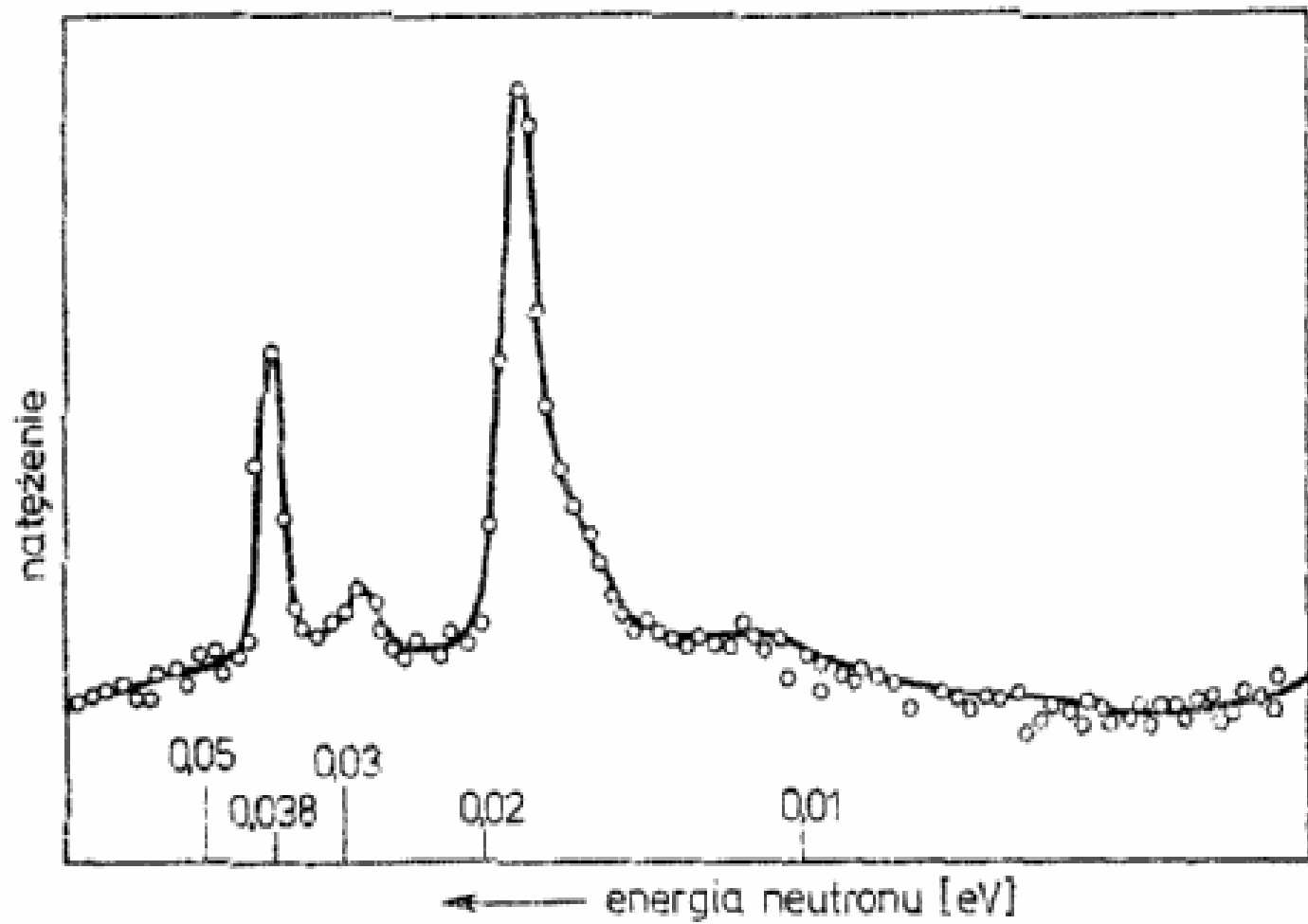




Rys. 24.3. Zależność względnej liczby rozproszonych w danym kierunku neutronów od ich energii. Krzywa ciągła odpowiada tłu wytwarzanemu przez procesy wielofononowe. W idealnym kryształach harmonicznych procesy jednofononowe prowadziłyby do powstawania szpilkowych maksimum na tym tle. W kryształach rzeczywistych maksima te ulegają rozszerzeniu (linie przerywane) ze względu na skończony czas życia fononów

# Niektóre typowe przykłady rozkładu neutronów w eksperymentach rozproszeniowych dla miedzi i germanu:







# **ROZPRASZANIE PROMIENIOWANIA ELEKTROMAGNETYCZNEGO W KRYSZTAŁACH**

**Fotony rozpraszane przez układ jonów kryształu podlegają tym samym prawom zachowania (energii i kwazipędu) co neutrony, przy czym jednak z uwagi na zupełnie odmienny typ zależności pomiędzy energią i pędem fotonu znacznie trudniej jest tu otrzymać tę samą bezpośrednią informację o całym widmie fononowym, jaką mogą dostarczać eksperymenty neutronowe.**

**Do najczęściej używanych metod badawczych należą: niesprężyste rozpraszanie promieni rentgenowskich i światła widzialnego, przy czym każda z tych metod ma swoje własne, właściwe jej ograniczenia.**



# **Rentgenowskie metody wyznaczania widm fononowych:**

- energia niesprężysto rozproszonego fotonu jest wielkością bardzo trudną do zmierzenia**
- typowe energie promieniowania rentgenowskiego są zazwyczaj rzędu kilku keV, podczas gdy dla temperatury Debye'a rzędu temperatury pokojowej typowa energia fononu jest rzędu kilku meV**

- **fotony, w odróżnieniu od neutronów, silnie oddziałują z elektronami**

- **w promieniowaniu rozproszonym pojawi się więc przyczynek związany z niesprężystym rozpraszaniem na elektronach (tzw. tło komptonowskie)**

- **najważniejszą zaletą rozpraszania neutronów jest duża zdolność rozdzielcza względem energii, gdyż po wyznaczeniu energii rozproszonych cząstek identyfikacja procesów jednofononowych, niosących główną informację o widmie fononowym, nie przedstawia już trudności**

# **Optyczne metody wyznaczania widm fononowych**

**Przy rozpraszaniu na kryształach fotonów światła widzialnego (najczęściej używa się tu wiązek laserowych dużej mocy), z towarzyszącą temu rozpraszaniu emisją lub absorpcją fononów, zmiany energii fotonów są wciąż jeszcze bardzo małe, lecz tym razem można już je mierzyć, zazwyczaj za pomocą metod interferometrycznych.**



**Udaje się tu wyznaczyć częstości  $\omega(k)$  fononów, które mogą uczestniczyć w tego rodzaju procesach. Okazuje się, że takimi fononami są jedynie fonony leżące w bezpośrednim pobliżu punktu  $k = 0$ , gdyż wektory falowe fotonów światła widzialnego są bardzo małe w porównaniu z typowymi rozmiarami strefy Brillouina.**

**Gdy uczestniczący w takim procesie fonon jest fononem akustycznym, mówimy o rozpraszaniu Brillouina, a dla fononów optycznych o rozpraszaniu Ramana.**

**Jeśli w pustej przestrzeni wektory falowe padającego i rozproszonego fotonu oznaczymy jako  $q$  oraz  $q'$ , a odpowiednie częstotliwości jako  $\omega$  oraz  $\omega'$ , to prawa zachowania energii i kwazipędu w procesach jednofononowych będą miały postać:**

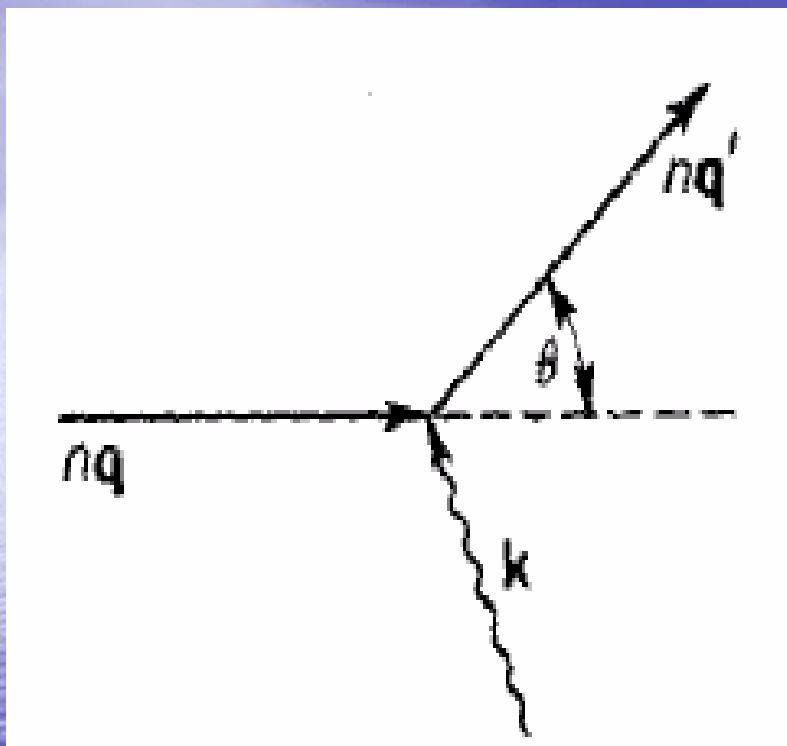


$$\hbar\omega' = \hbar\omega \pm \hbar\omega_s(\mathbf{k})$$

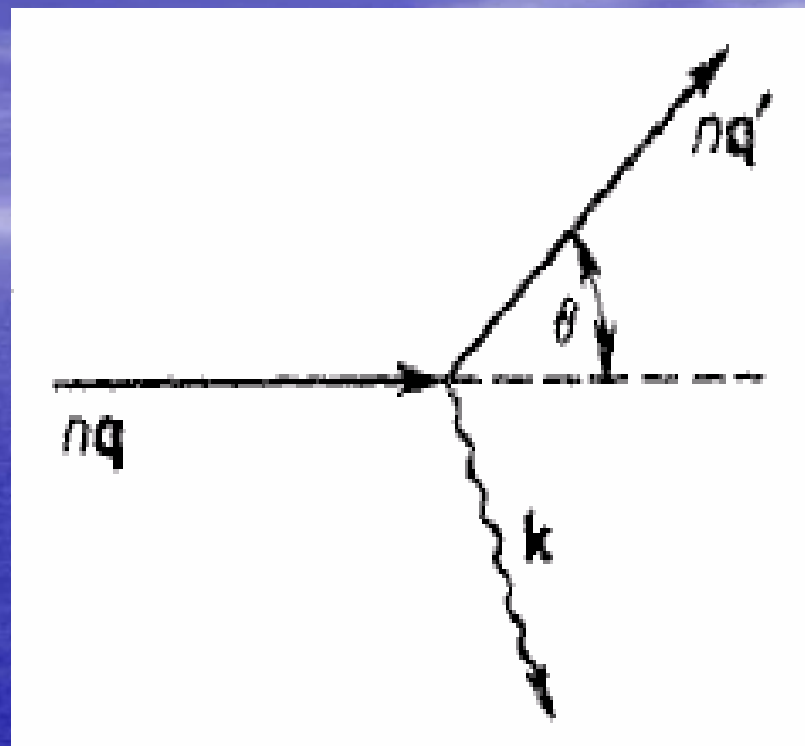
$$\hbar n\mathbf{q}' = \hbar n\mathbf{q} \pm \hbar\mathbf{k} + \hbar\mathbf{K}$$

**Górny znak odnosi się do procesów z pochłonięciem fononu (nazywanych antystokesowską składową rozproszonego promieniowania), a dolny do procesów z emisją fononu (składowa stokesowska).**

**Oba fotonowe wektory falowe mają niewielką długość w porównaniu z rozmiarami pierwszej strefy Brillouina i stąd dla leżących w tej strefie wektorów falowych  $k$  fononu prawo zachowania kwazipędu może być spełnione tylko wtedy, gdy wektor  $K$  sieci odwrotnej jest równy zeru.**



**proces antystokesowski**

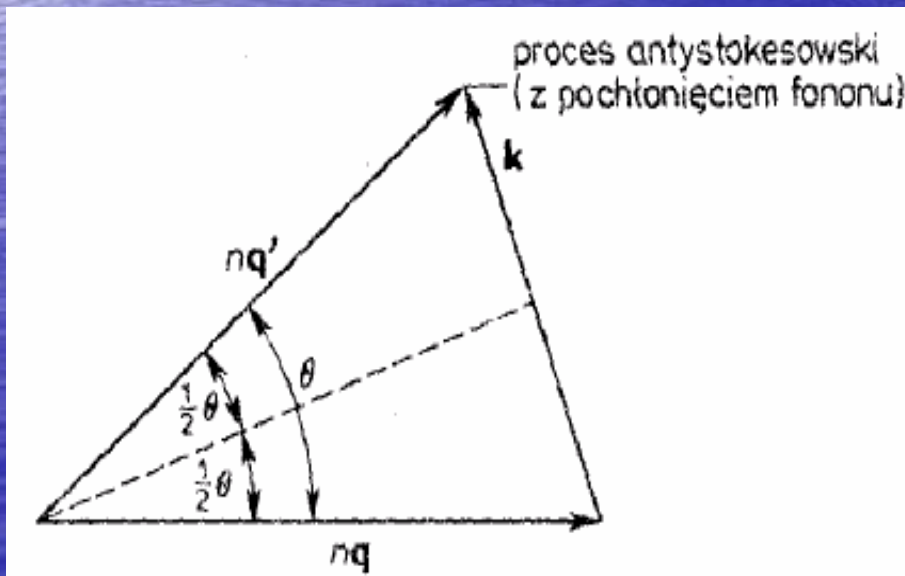


**proces stokesowski**

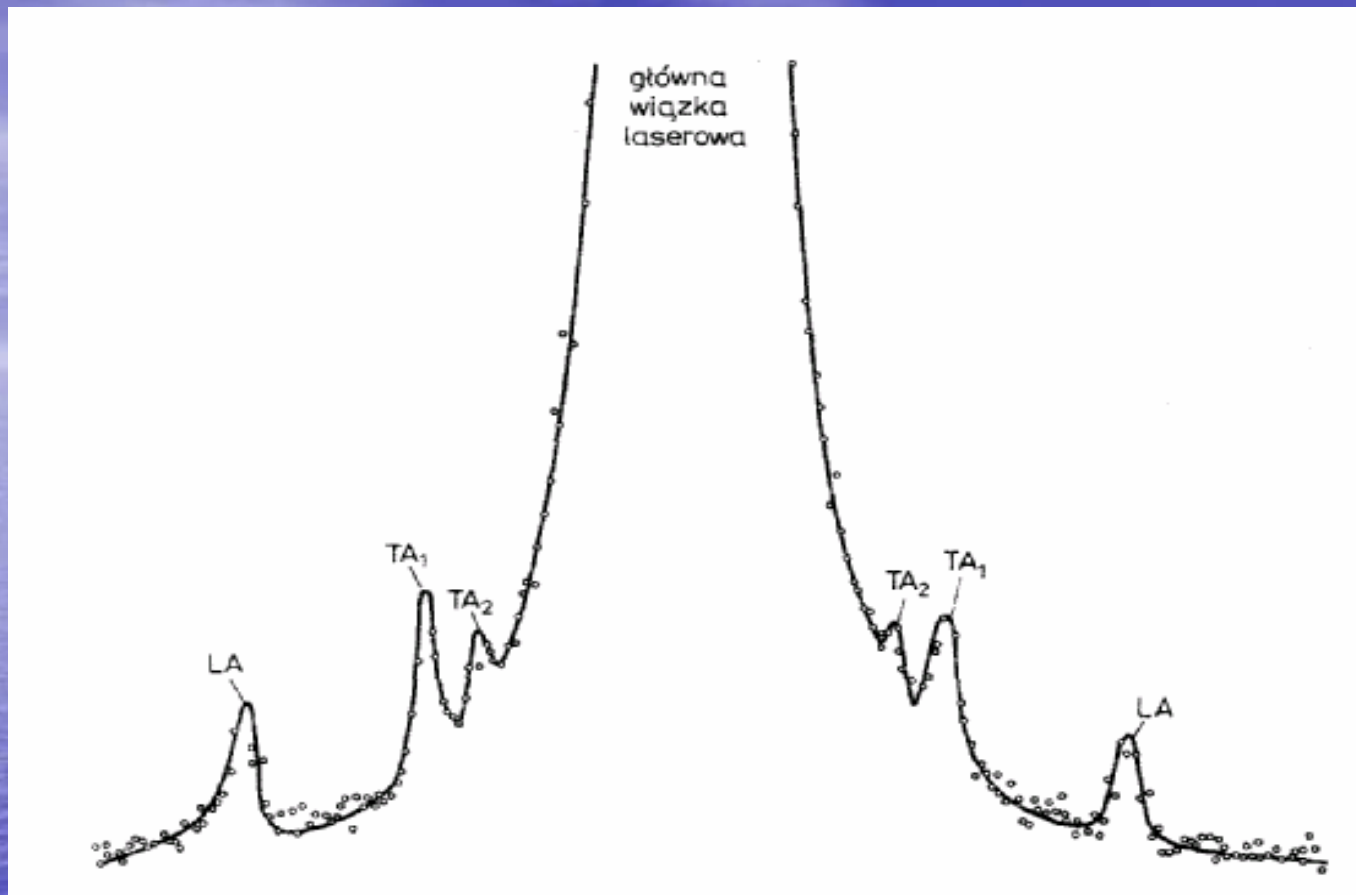


**Długość wektora falowego związana jest z częstotliwością światła i kątem rozproszenia  $\theta$  zależnością:**

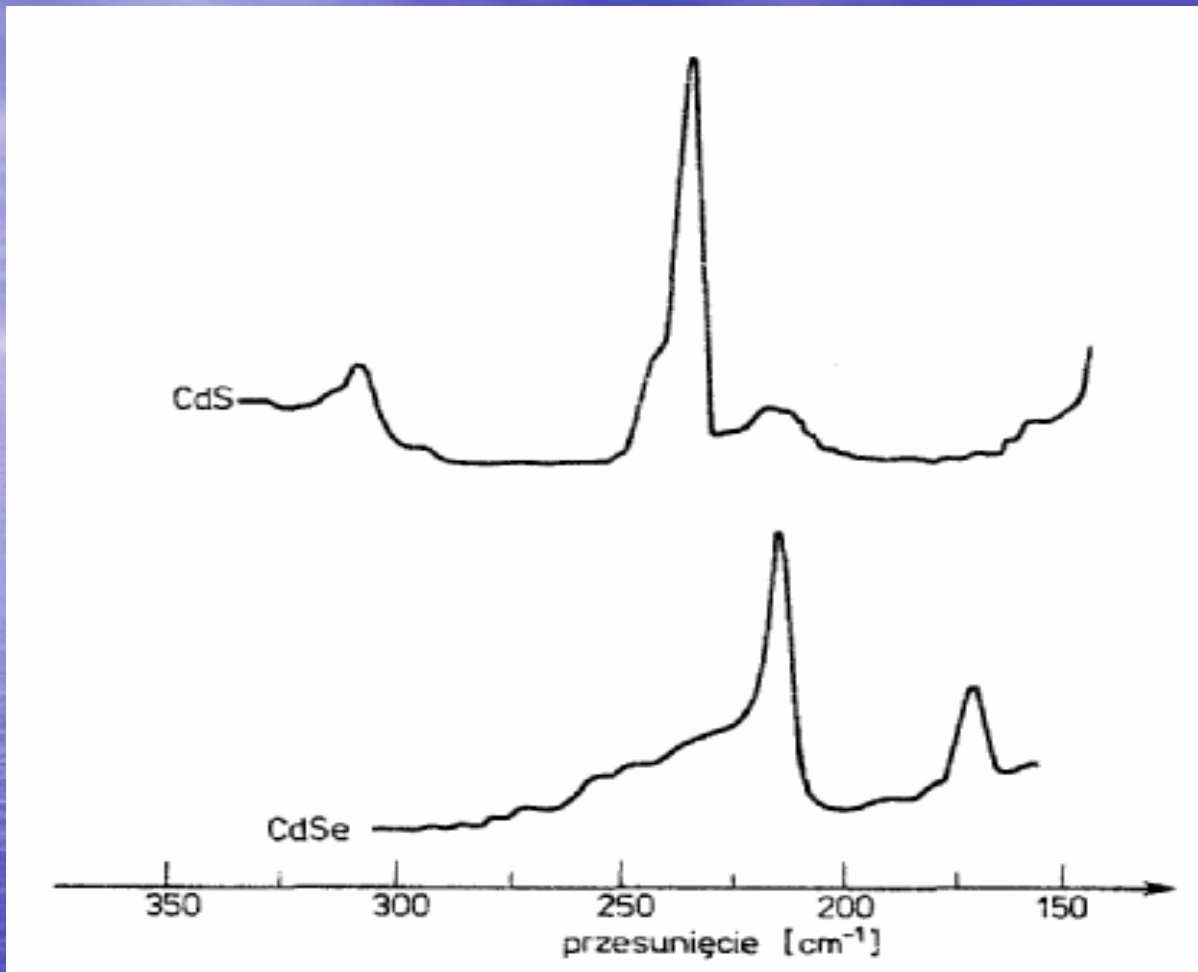
$$k = 2nq \sin \frac{1}{2} \theta = \frac{2\omega n}{c} \sin \frac{1}{2} \theta$$



**Rysunek pomocniczy przy wyprowadzaniu wzoru**



**Charakterystyczna struktura widma Brillouinowskiego. Wykres przedstawia zależność natężenia promieniowania rozproszonego od częstości. Widoczne są łatwe do zidentyfikowania maksima, pojawiające się dla częstości wyższych i niższych od częstości głównej wiązki laserowej, które odpowiadają jednej podłużnej i dwóm poprzecznym gałęziom akustycznym**



**Widmo ramanowskie CdS i CdSe z widocznymi maksimumi, odpowiadającymi podłużnym i poprzecznym fononom optycznym**



# Bibliografia:

- N.W. Ashcroft N.D. Mermin – Fizyka ciała stałego
- C. Kittel – Wstęp do fizyki ciała stałego
- J. Godlewski – Generacja i detekcja promieniowania elektromagnetycznego
- Internet