

**Zadania dotatkowe na egzamin z modelowania procesów  
cieplno-przepływowych**

1. Znaleźć stacjonarny rozkład temperatury wewnątrz jednorodnej i izotropowej nieskończonej płyty płaskorównoległej o grubości  $L$ . Współczynnik przewodzenia ciepła dla materiału, z którego wykonana jest płyta wynosi  $\lambda$ . Rozpatrzyć następujące przypadki:
  - (a) Powierzchnie płyty są utrzymywane w stałych temperaturach odpowiednio  $T_1$  i  $T_2$ . Znaleźć gęstość strumienia ciepła przepływającego przez każdą z powierzchni.
  - (b) Jedna z powierzchni płyty jest utrzymywana w stałej temperaturze  $T_1$ , natomiast na drugiej powierzchni zadana jest stała gęstość strumienia wypływającego przez nią ciepła  $\dot{q}_2$ . Znaleźć gęstość strumienia ciepła przepływającego przez powierzchnię utrzymywaną w stałej temperaturze.
  - (c) Jedna z powierzchni płyty jest utrzymywana w stałej temperaturze  $T_1$ , natomiast druga powierzchnia jest izolowana termicznie od otoczenia. Znaleźć gęstość strumienia ciepła przepływającego przez powierzchnię utrzymywaną w stałej temperaturze.
  - (d) Na obu powierzchniach płyty zadane są stałe gęstości strumieni wypływającego przez nie ciepła, równe odpowiednio  $\dot{q}_1$  i  $\dot{q}_2$ . Jaki warunek muszą spełniać  $\dot{q}_1$  i  $\dot{q}_2$ , aby zadanie miało rozwiązanie?
  - (e) Jedna z powierzchni płyty jest utrzymywana w stałej temperaturze  $T_1$ , natomiast druga powierzchnia graniczy z płynem, którego temperatura asymptotyczna (tzn. bardzo daleko od powierzchni płyty) jest równa  $T_2$ . Przyjąć, że wymiana ciepła z płynem odbywa się zgodnie z prawem Newtona, ze współczynnikiem wnikania ciepła równym  $\alpha_2$ . Znaleźć gęstość strumienia ciepła przepływającego przez każdą z powierzchni.
  - (f) Na jednej z powierzchni płyty zadana jest stała gęstość strumienia wypływającego przez nią ciepła  $\dot{q}_1$ , natomiast druga powierzchnia graniczy z płynem, którego temperatura asymptotyczna jest równa  $T_2$ . Przyjąć, że wymiana ciepła z płynem odbywa się zgodnie z prawem Newtona, ze współczynnikiem wnikania ciepła równym  $\alpha_2$ . Znaleźć gęstość strumienia ciepła przepływającego przez powierzchnię graniczącą z płynem.
  - (g) Jedna z powierzchni płyty jest izolowana termicznie od otoczenia, natomiast druga powierzchnia graniczy z płynem, którego temperatura asymptotyczna jest równa  $T_2$ . Przyjąć, że wymiana ciepła z płynem odbywa się zgodnie z prawem Newtona, ze współczynnikiem wnikania ciepła równym  $\alpha_2$ . Znaleźć gęstość strumienia ciepła przepływającego przez powierzchnię graniczącą z płynem.
  - (h) Jedna z powierzchni płyty graniczy z płynem o temperaturze asymptotycznej  $T_1$ , natomiast druga powierzchnia graniczy z płynem o temperatu-

rze asymptotycznej  $T_2$ . Przyjmując, że wymiana ciepła z płynami po obu stronach płyty odbywa się zgodnie z prawem Newtona, ze współczynnikami wnikania ciepła równymi odpowiednio  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$ . Znaleźć gęstość strumienia ciepła przepływającego przez każdą z powierzchni.

2. Rozwiązać poprzednie zadanie dla niejednorodnej i izotropowej płyty, której współczynnik przewodzenia ciepła jest zadaną funkcją  $\lambda(x)$  odległości  $x$  od jednej z powierzchni bocznych płyty.
3. Rozwiązać poprzednie zadanie w przypadkach:

$$\lambda(x) = \lambda_0 \frac{x + x_0}{L} \quad (\lambda_0 > 0, x_0 > 0), \quad (1)$$

$$\lambda(x) = \lambda_0 \frac{L}{x + x_0} \quad (\lambda_0 > 0, x_0 > 0). \quad (2)$$