

# Metody fizyczne w biologii i medycynie

## Wykład IV: Promieniowanie jonizujące – jego działanie na materię oraz zastosowanie w medycynie



Literatura do wykładu: Człowiek i promieniowanie jonizujące: praca zbiorowa pod redakcją A.Z. Hrynkiewicza PWN Warszawa 2001  
Politechnika Gdańska, semestr letni, rok akademicki 2005/2006

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

- Ciężkie cząstki naładowane (np. protony, cząstki alfa)
- Szybkie elektrony
- Szybkie pozytony
- Promieniowanie gamma

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Ciężkie cząstki naładowane

Protony czy też cząstki alfa oddziałują z materią głównie za pośrednictwem siły kulombowskiej.

Główne oddziaływania ciężkich cząstek naładowanych to oddziaływania z elektronami absorbenta.

Rzadko oddziałują też jądrami atomowymi – rozpraszanie Rutheforda, reakcje jądrowe

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Ciężkie cząstki naładowane

Oddziaływania z elektronami prowadzą do wzbudzeń i jonizacji atomów.

Zjawisko jonizacji dominuje w tych oddziaływaniach

W każdym zderzeniu z elektronem następuje strata energii, a w jej wyniku spowolnienie cząstki.

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Ciężkie cząstki naładowane

Efektywność oddziaływania energetycznej cząstki naładowanej w absorbującym środowisku opisuje wielkość starty energii ( $dE$ ) na jednostkę drogi ( $dx$ )

$$S = -\frac{dE}{dx}$$

Formuła Bethego:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e^4 z^2}{m_e v^2} NZ \left[ \ln \frac{2m_e v^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2 \right]$$

Gdzie  $m_e$  i  $e$  są masą i ładunkiem elektronu,  $v$  i  $z$  oznaczają prędkość i liczbę atomową cząstki,  $N$  i  $Z$  – liczbę atomów w jednostce objętości i liczbę atomową absorbenta,  $I$  to średni potencjał jonizacji lub wzbudzenia atomów absorbenta, a  $\beta=v/c$

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Ciężkie cząstki naładowane

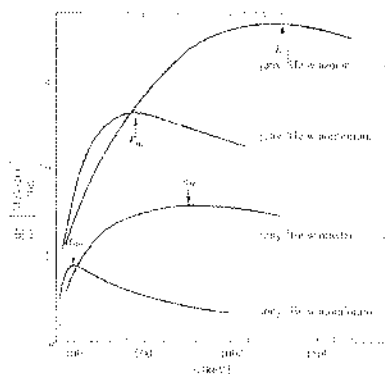
- Formuła Bethego przestaje być słuszna dla niskich energii – gdy prędkość cząstki staje się porównywalna z prędkością orbitalnych elektronów absorbenta i możliwy jest wychwył elektronów przez cząstkę.
- Potencjał jonizacyjny  $I$  może być określany dla każdego pierwiastka doświadczalnie
- Formuła półempiryczna:

$$I = 9,1Z \left( 1 + \frac{1,9}{Z^{2/3}} \right)$$

Dla wodoru  $I=15,6$  eV,  $I=80,5$  dla powietrza i  $I=705$  eV dla ołowiu

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

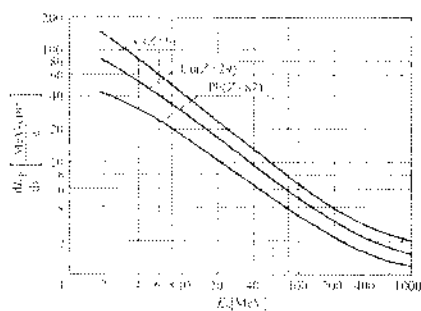
### Ciężkie cząstki naładowane



Straty energii na jednostkę drogi dla jonów wodoru i helu

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

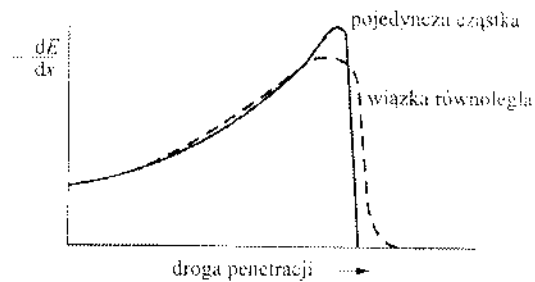
### Ciężkie cząstki naładowane



Straty energii na jednostkę drogi dla protonów w różnych materiałach

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

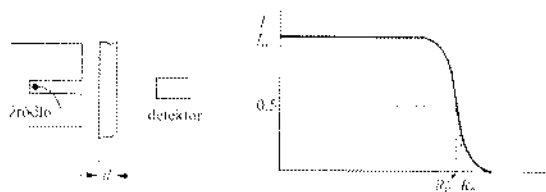
### Ciężkie cząstki naładowane



Strata energii na jednostkę drogi wzdłuż toru cząstki alfa

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Ciężkie cząstki naładowane

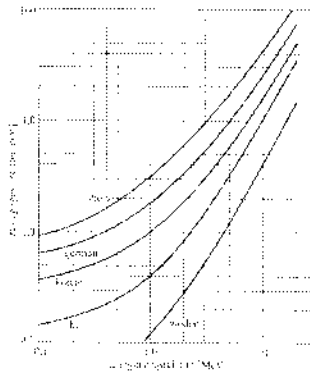


Pomiar absorpcji cząstki alfa

Średni zasięg  $R_m$  to grubość warstwy absorbenta, przy której natężenie wiązki cząstek spada do połowy wartości początkowej

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Ciężkie cząstki naładowane



Krzywe zależności zasięgu od energii dla cząstek alfa obserwowanych w różnych materiałach

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Ciężkie cząstki naładowane

Zasięg  $R_X$  dla dowolnej cząstki  $X$  o liczbie masowej  $A$  i liczbie atomowej  $Z$ , dla znanej zależności zasięgu  $r_p$  od energii dla protonów:

$$R_X(E/A) = \frac{A}{Z^2} r_p(E/A)$$

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Szybkie elektrony

Elektron poruszający się w absorbującym medium może w pojedynczym zderzeniu utracić znaczną część swojej początkowej energii.

Często zdarzające się oddziaływania elektronów z jądrami atomów absorbenta mogą spowodować gwałtowną zmianę kierunku toru.

Elektron traci energię również w procesach radiacyjnych – gwałtowne hamowanie i zmiany kierunku ruchu prędkich elektronów

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Szybkie elektrony

Całkowita strata energii prędkiego elektronu na jednostkę drogi jest sumą strat wywołanych oddziaływaniem kulombowskim i strat radiacyjnych.

Część związana ze zderzeniami – jonizacja i wzbudzenie atomów środowiska opisana jest wzorem Bethego

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_c = \frac{2\pi e^4 NZ}{m_0 v^2} \left[ \ln \frac{m_0 v^2 E}{2I^2(1-\beta^2)} - (\ln 2)(2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2) + (1-\beta^2) + \frac{1}{8}(1-\sqrt{1-\beta^2})^2 \right]$$

Radiacyjne starty energii opisane są formułą

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_r = \frac{NEZ(Z+1)e^4}{137m_0^2 c^4} \left( \frac{2E}{m_0 c^2} - \frac{4}{3} \right)$$

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Szybkie elektrony

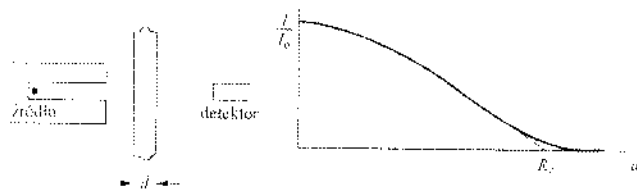
Straty radiacyjne są tym większe im wyższa jest energia elektronów i im większa jest liczba atomowa  $Z$  materiału absorbenta.

$$\frac{(dE/dx)_r}{(dE/dx)_c} \approx \frac{EZ}{700}$$

gdzie energia elektronu wyrażona jest w MeV. Dla energii elektronów mniejszych od kilku MeV radiacyjne straty energii są istotne wyłącznie dla absorberów o dużej liczbie atomowej

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Szybkie elektrony

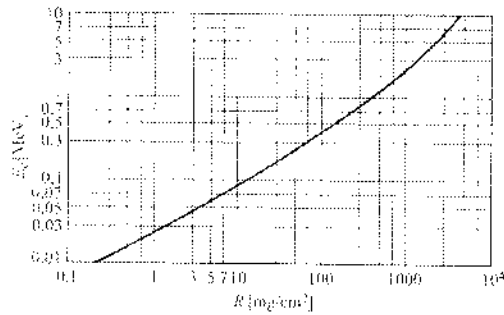


Krzywa transmisji dla monoenergetycznych elektronów.



## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

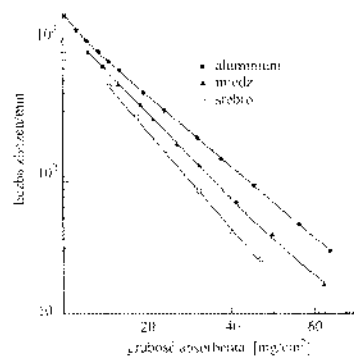
### Szybkie elektrony



Zależność zasięgu elektronów w Al od energii

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Szybkie elektrony



Krzywe transmisji dla cząstek beta z rozpadu <sup>185</sup>W (maksymalna energia rozpadu 0,43 MeV)

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Szybkie elektrony

Natężenie wiązki po przejściu przez absorbent o grubości  $x$ :

$$I = I_0 \exp(-\mu x)$$

gdzie  $\mu$  – współczynnik absorpcji.

Masowy współczynnik absorpcji  $\mu/\rho$  jest w przybliżeniu stały, niezależny od właściwości materiału absorbującego i wynosi

$$\frac{\mu}{\rho} = 17 E_{\max}^{1,14} [\text{cm}^2 / \text{g}]$$

Gdzie  $E_{\max}$  jest maksymalną energią (MeV) w ciągłym widmie promieni beta.

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Szybkie pozytony

Oddziaływania i absorpcja pozytonów przebiega w sposób podobny jak dla elektronów.

Istotną różnicą jest zjawisko anihilacji, które kończy tor pozytonu, zwykle po jednym pełnym spowolnieniu. W wyniku anihilacji pozytonu z elektronem para elektron- pozyton znika, a pojawiają się dwa fotony o energii 0,511 MeV

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Promieniowanie gamma

Fotony oddziałują z elektronami, jądrami i polami elektrycznymi.

W absorpcji promieni gamma praktyczne znaczenie mają

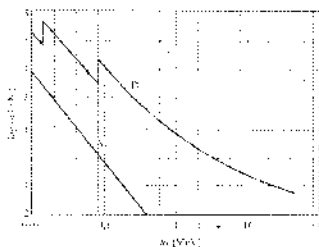
- Zjawisko fotoelektryczne
- Rozpraszanie Comptona
- Zjawisko tworzenia par elektronów

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Promieniowanie gamma

#### Zjawisko fotoelektryczne

$$E = h\nu - W$$

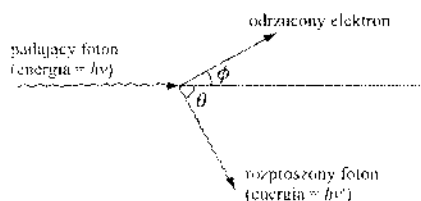


Przekrój czynny na zjawisko fotoelektryczne w Al. i Pb jako funkcja energii kwantów gamma

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Promieniowanie gamma

#### Rozpraszanie na elektronach – zjawisko Comptona



## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Promieniowanie gamma

#### Rozpraszanie na elektronach – zjawisko Comptona

Z praw zachowania energii i pędu wynika, że energia wtórnego fotonu, rozproszonego pod kątem  $\theta$ , wyraża się wzorem:

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_0c^2}(1 - \cos\theta)}$$

Gdzie  $m_0c^2$  jest masą spoczynkową elektronu (0,511 MeV)

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Promieniowanie gamma

Rozpraszanie na elektronach – zjawisko Comptona

- Dla małych kątów rozproszenia  $\theta$  bardzo mała część energii przekazana jest elektronowi
- Dla dużych kątów rozpraszania np.  $\theta=\pi$  elektron nie może usykać pełnej energii i jej część zostaje zachowana przez foton rozproszony

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Promieniowanie gamma

Rozpraszanie na elektronach – zjawisko Comptona

Prawdopodobieństwo rozproszenia komptonowskiego zależy od liczby centrów rozpraszających, a więc elektronów – rośnie zatem proporcjonalnie do liczby atomowej  $Z$  materiału absorbującego.

Charakterystyka absorpcji promieniowania gamma i przekazu energii elektronom środowiska w procesie rozpraszania Comptona określona jest przez rozkład kątowy rozproszonych kwantów gamma – wzór Kleina-Nishiny:

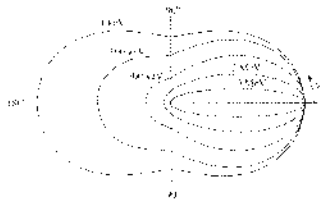
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = Zr_0^2 \left( \frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} \right)^2 \left( \frac{1 + \cos^2\theta}{2} \right) \left[ 1 + \frac{\alpha^2(1 - \cos\theta)^2}{(1 + \cos^2\theta)[1 + \alpha(1 - \cos\theta)]} \right]$$

$$\alpha = h\nu / m_0c^2$$

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Promieniowanie gamma

#### Rozpraszanie na elektronach – zjawisko Comptona



Wykres pokazuje liczbę fotonów rozpraszonych w efekcie Comptona w jednostkowy kąt bryłowy pod kątem rozproszenia  $\theta$ .  
Fotony padają z lewej strony.

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Promieniowanie gamma

#### Rozpraszanie na elektronach – zjawisko Comptona

Całkowity przekrój na rozproszenie kwantów gamma

$$\sigma_e^{(s)} = 2\pi \left( \frac{e^2}{m_0 c^2} \right)^2 \left\{ \frac{1+\alpha}{\alpha^2} \left[ \frac{2(1+\alpha)}{1+2\alpha} - \frac{\ln(1+2\alpha)}{\alpha} \right] + \frac{\ln(1+2\alpha)}{2\alpha} - \frac{1+3\alpha}{(1+2\alpha)^2} \right\} \text{ [cm}^2 / \text{elektron]}$$

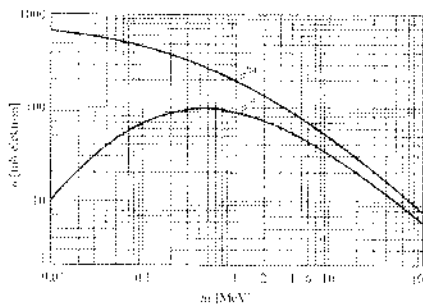
Przekrój czynny na absorpcję określa prawdopodobieństwo przekazania elektronowi energii w procesie zderzenia

$$\sigma_e^{(A)} = 2\pi \left( \frac{e^2}{m_0 c^2} \right)^2 \left[ \frac{2(1+\alpha)^2}{\alpha^2(1+2\alpha)} - \frac{1+3\alpha}{(1+2\alpha)^2} - \frac{(1+\alpha)(2\alpha^2-2\alpha-1)}{\alpha^2(1+2\alpha)^2} - \frac{4\alpha^2}{3(1+2\alpha)^3} - \left( \frac{1+\alpha}{3} - \frac{1}{2\alpha} + \frac{1}{2\alpha^2} \right) \ln(1+2\alpha) \right] \text{ [cm}^2 / \text{elektron]}$$

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Promieniowanie gamma

#### Rozpraszanie na elektronach – zjawisko Comptona



Przekrój czynny na rozproszenie  $\sigma^{(s)}$  i absorpcję  $\sigma^{(a)}$  kwantów gamma (w mb/elektron) jako funkcja energii kwantu gamma

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Promieniowanie gamma

#### Tworzenie par elektronów

Gdy energia kwantu gamma przekracza dwukrotnie energię masy spoczynkowej elektronu (1,022 MeV), możliwe jest zajście procesu tworzenia par, w którym foton zamieniony jest na parę negaton-pozyton.

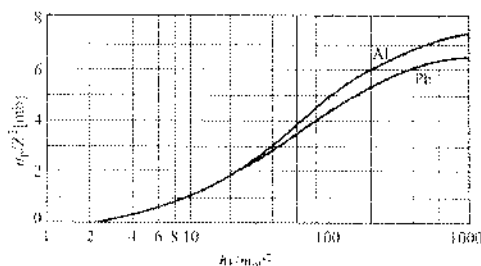
Ponieważ w układzie foton-para elektronów nie mogą być równocześnie spełnione prawa zachowania energii i pędu, proces tworzenia par może zajść wyłącznie w obecności jeszcze jednej cząstki- np. jądra atomowego, elektronu itp.

Przekrój czynny na utworzenie pary elektronów:

$$\sigma_p = \frac{1}{137} \left( \frac{e^2}{m_0 c^2} \right)^2 Z^2 f(h\nu) [\text{cm}^2 / \text{atom}]$$

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

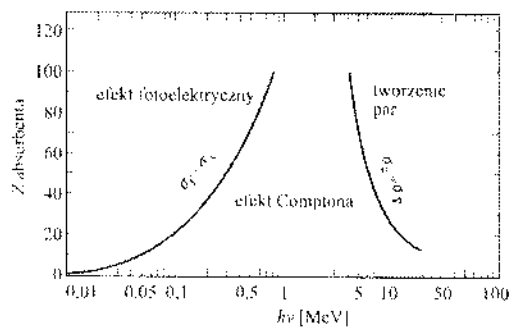
### Promieniowanie gamma Tworzenie par elektronów



Przekrój czynny na tworzenie par w Al i Pb jako funkcja kwantu gamma

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Promieniowanie gamma Tworzenie par elektronów

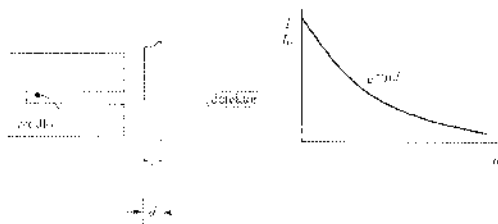


Obszary w płaszczyźnie Z absorbenta- energia gamm, w których dominują poszczególne procesy oddziaływania promieniowania gamma z materią.



## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Oslabienie promieniowania gamma przy przejściu przez materię



Krzywa transmisji skolimowanej wiązki promieni gamma

## Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

### Oslabienie promieniowania gamma przy przejściu przez materię

$$I = I_0 \exp(-\mu x)$$

Liniowy współczynnik osłabienia  $\mu$  jest określony przez prawdopodobieństwo usunięcia fotonu z wiązki na jednostkę drogi  
 $\mu = \mu(\text{fotoelektryczny}) + \mu(\text{Compton}) + \mu(\text{tworzenie par})$

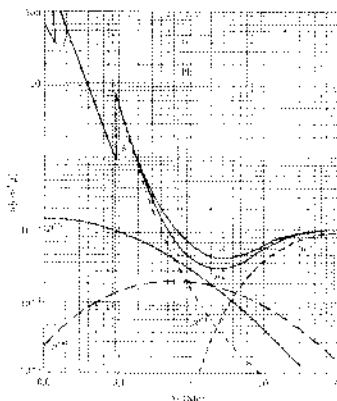
Masowy współczynnik osłabienia

$$\mu_m = \mu/\rho$$

# Oddziaływanie promieniowania jonizującego z materią

## Oslabienie promieniowania gamma przy przejściu przez materię

Masowy współczynnik osłabienia  $\mu$  oraz absorpcji  $\mu_a$  i jego składowe pochodzące od efektu fotoelektrycznego  $\mu^{(f)}$ , Comptona  $\mu^{(s)}$ ,  $\mu^{(a)}$  i tworzenia par  $\mu^{(p)}$  dla promieniowania gamma w Pb jako funkcja energii kwantów gamma



# Metody fizyczne w biologii i medycynie

## Wykład IV: Promieniowanie jonizujące – jego działanie na materię oraz zastosowanie w medycynie



Politechnika Gdańska, semestr letni, rok akademicki 2005/2006

## Wielkości i jednostki dozymetryczne

### Aktywność

- Aktywność źródła – liczba rozpadów promieniotwórczych zachodzących w nim w jednostce czasu

$$1\text{Bq (bekerel)} = 1 \text{ rozpad/s}$$

- Aktywność właściwa – aktywność jednostki masy, objętości lub powierzchni emitujących promieniowanie (Bq/kg, Bq/m<sup>3</sup>, Bq/m<sup>2</sup>)
- Dawniej używana jednostka aktywności

$$1 \text{ Ci (kiur)} = 3,70 \times 10^{10} \text{ rozpadów/s}$$

$$1 \text{ Ci} = 37 \text{ GBq}$$

W przybliżeniu jest to aktywność 1g radu (<sup>226</sup>Ra)

## Wielkości i jednostki dozymetryczne

### Dawka pochłonięta

- Średnia dawka pochłonięta  $D$  – energia promieniowania  $E$  przekazaną jednostce masy substancji

$$D = E/m$$

$$1\text{Gy (grej)} = 1\text{J/kg}$$

$$(1\text{ rad} = 100\text{ crg/g} = 10^{-2}\text{ Gy})$$

- Moc dawki – dawka pochłonięta w jednostce czasu

$$\dot{D} = \frac{dD}{dt}$$

## Wielkości i jednostki dozymetryczne

### Dawka ekspozycyjna

- Dawka ekspozycyjna – ładunek jonów wytworzonych przez promieniowanie fotonowe w jednostce masy napromienianej substancji

$$X = \frac{Q}{m}$$

Jednostką jest 1C/kg, dawniej 1R (rentgen)- dawka promieniowania fotonowego wytwarzanego w 0,001293 g powietrza (masa 1 cm<sup>3</sup> w warunkach normalnych)

$$1\text{R} = 2.58 \times 10^{-4}\text{ C/kg powietrza}$$

## Wielkości i jednostki dozymetryczne

Moc dawki dla substancji znajdującej się w odległości  $r$  od punkowego źródła promieniowania  $g$  o stałej aktywności  $A$ , emitującego fotony o energii  $E_g$

- Liczba fotonów padających w ciągu 1s na powierzchnię  $S$  w odległości  $r$  od źródła

$$\frac{AS}{4\pi r^2}$$

- Energia promieniowania pochłonięta w ciągu 1s w warstwie o grubości  $dr$

$$\frac{AS}{4\pi r^2} E_g \mu_a dr$$

- Moc dawki

$$\dot{D}_g = \frac{AS}{4\pi r^2} E_g \mu_a dr / S dr \rho = \frac{A}{4\pi r^2} E_g \frac{\mu_a}{\rho}$$

## Wielkości i jednostki dozymetryczne

- Dawka promieniowania jest proporcjonalna do masowego współczynnika absorpcji
- Odwrotna proporcjonalność mocy dawki do  $r^2$  sugeruje, że podstawową zasadą ochrony przed promieniowaniem jest przebywanie w dużej odległości od jego źródła

## Wielkości i jednostki dozymetryczne

Masowe współczynniki absorpcji  $\mu_a/\rho$

E [MeV]	Powietrze	Woda	Tkanka miękka	Kość
0,01	0,61	0,61	4,87	19,2
0,02	0,511	0,511	0,533	2,46
0,05	0,406	0,406	0,0431	0,161
0,1	0,0233	0,0233	0,0256	0,0387
0,2	0,0261	0,0261	0,0294	0,0301
0,5	0,0296	0,0296	0,0328	0,0317
1,0	0,0278	0,0278	0,0306	0,0295
1,5	0,0254	0,0254	0,0280	0,0270
2,0	0,0244	0,0244	0,0257	0,0249
3,0	0,0205	0,0205	0,0225	0,0219