

Drgania sieci

Zadanie 1

Znajdź związek dyspersyjny dla podłużnych fal dźwiękowych rozchodzących się w ośrodku ciągłym. Porównaj to z wynikiem otrzymanym dla liniowego łańcucha monoatomowego. Kiedy łańcuch atomów zachowuje się jak ośrodek ciągły?

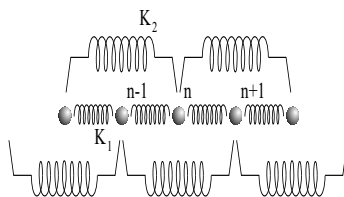
Zadanie 2

Pokaż, że w przypadku łańcucha identycznych atomów o masie M , z których każdy jest połączony z pierwszym i drugim najbliższym sąsiadem "sprężyną" o stałej sprężystości odpowiednio K_1 i K_2 obowiązuje związek dyspersyjny postaci:

$$M\omega^2 = 2K_1 [1 - \cos(ka)] + 2K_2 [1 - \cos(2qa)],$$

gdzie a jest równowagową odległością między atomami. Udowodnij ponadto, że: a) w przypadku fal długich równanie to prowadzi do zależności obowiązującej w ośrodku ciągłym; b) dla $k = \pm\pi/a$ prędkość grupowa jest równa zero; c) ω ma okres $2\pi/a$. d) Jakich zmian można się spodziewać w powyższych rozwiązaniach, jeżeli w oddziaływaniu między atomami uwzględni się siły pomiędzy dalszymi sąsiadami?

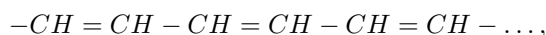
Omawiany łańcuch przedstawiono na rysunku 1.



Rysunek 1:

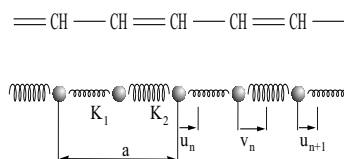
Zadanie 3

Można zbudować model drgań podłużnych łańcucha polietylenu



traktując go jako liniowy łańcuch atomów o identycznych masach M , połączonych sprężynami o różnych stałych sprężystości K_1 i K_2 . Znajdź związek dyspersyjny drgań podłużnych tego łańcucha. Naszkicuj krzywe dyspersji dla gałęzi akustycznych i optycznych widma drgań.

Omawiany łańcuch przedstawiono na rysunku 2.



Rysunek 2:

Zadanie 4

Pokaż, że w przypadku drgań optycznych w liniowym łańcuch dwuatomowym w granicy długofalowej różne masy poruszają się w różnych kierunkach.

Zadanie 5

Wyznacz prędkość fazową i grupową fononów optycznych i akustycznych w liniowym łańcuch dwuatomowym.

Zadanie 6

Zastosuj prawo Bragga do fali wibracyjnej w liniowym łańcuchu monoatomowym. Jaki kąt Bragga jest możliwy w takim łańcuchu? Czy można wzbudzić drgania o $k = \pi/a$, bez jednoczesnego wzbudzenia drgań o $k = -\pi/a$?

Zadanie 7

Czym, z punktu widzenia wychylenia atomów z położenia równowagi, różni się fala o $q = 8\pi/7a$ od fali o $q = 6\pi/7a$?