

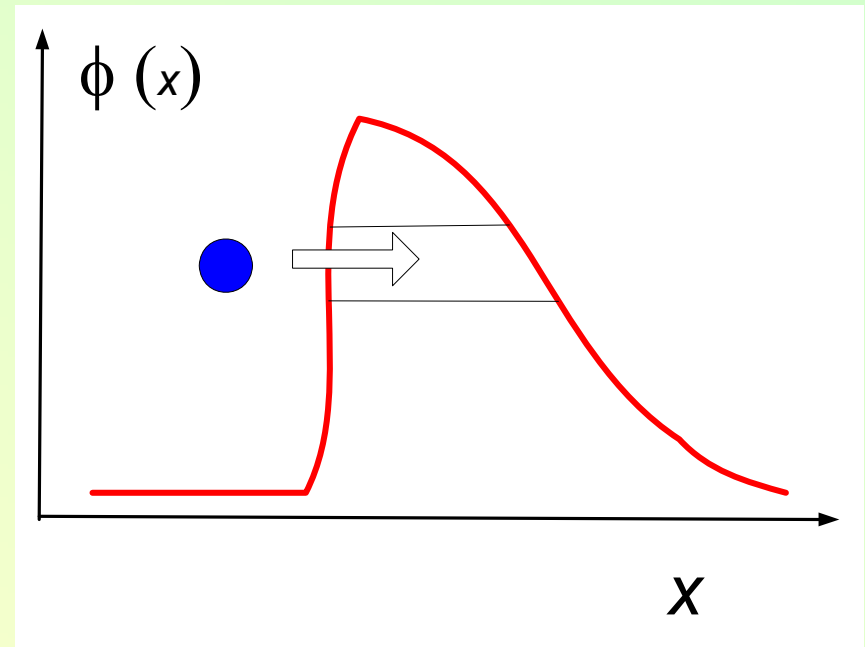
# Mikroskopia 'polowa'

- Efekt tunelowy
- Historia 'odkryć'
- Uwagi o tunelowaniu
- Zastosowane rozwiązania

**Bolesław AUGUSTYNIAK**

# Efekt tunelowy

Efekt kwantowy , którym tłumaczy się 'przenikanie' elektronu w sposób niezgodny z zasadami elektrotechniki przez barierę potencjału elektrycznego



# Wykorzystanie efektu tunelowego dla mikroskopii

## sposoby mikroskopii

- mikroskop polowo-elektronowy  
(emisja zimna elektronów z ostrza)
- mikroskop polowo-jonowy  
(jonizacja atomów gazu przez atomy próbki)
- mikroskop skaningowy  
(prąd tunelowania między ostrzem a próbką)

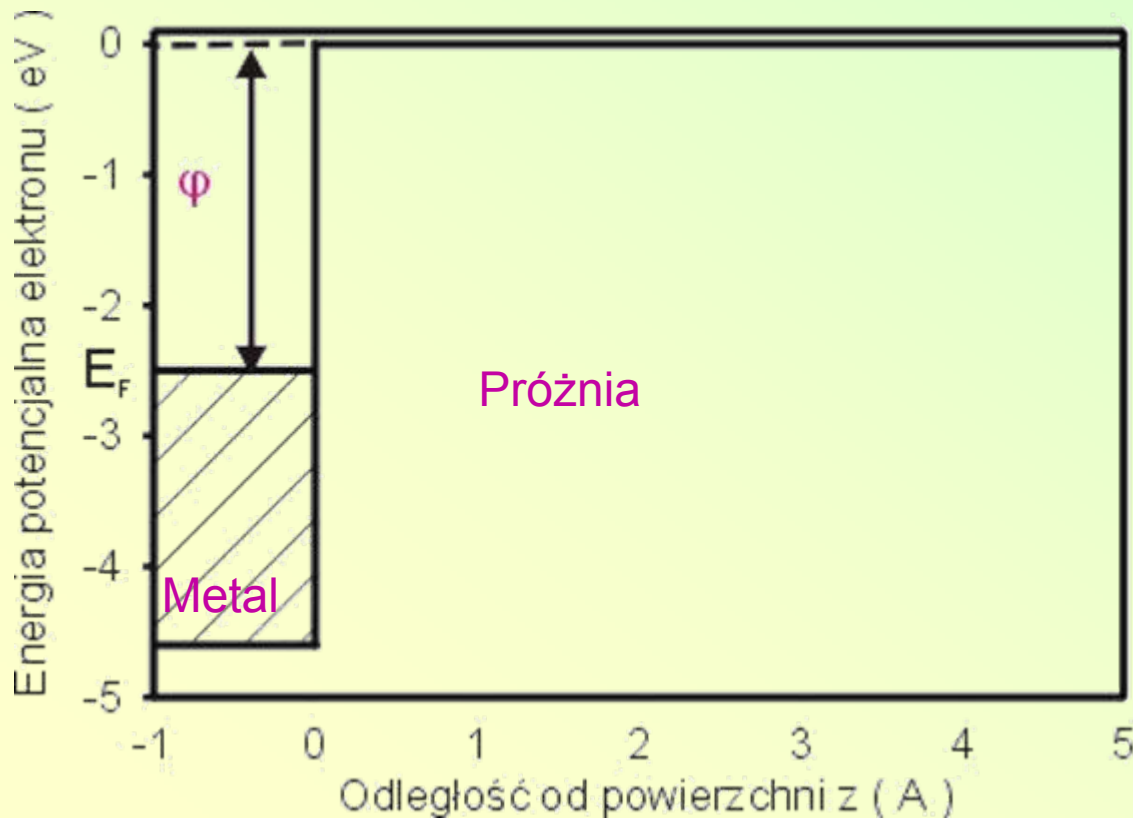
# Milowe kroki dla efektów 'polowych'

- **1897** R. W. Wood: doświadczenie z zimną emisją (polowa) elektronów z metalu
- **1928** J. R. Oppenheimer - teoria mechaniki kwantowej jonizacji wodoru w polu elektrycznym poprzez efekt tunelowy
- **1928** R. H. Fowler, L. Nordheim – teoria (**F-N**) kwantowa emisji elektronów z metalu
- **1938** E. W. Muller – wynajduje mikroskop polowo-elektronowy (**FEM**)
- **1941** E. W. Muller – wynajduje desorpcję polową
- **1951** E.W. Muller – wynajduje mikroskop polowo-jonowy (**FIM**) (prototyp w 1955)
- **1982** G. Binnig, H. Rohrer – prototyp: skaningowy mikroskop tunelowy (**STM**)
- **1986** nagroda Nobla za STM dla twórców STM (1/2 nagrody)

# Elektron uwięziony w metalu

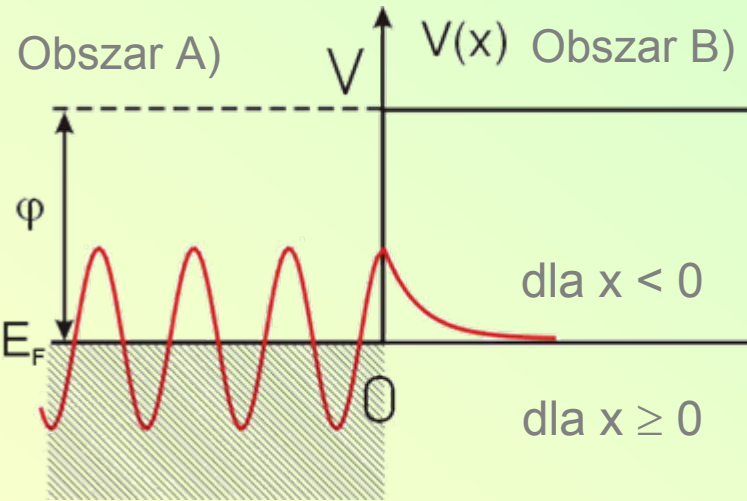
[http://users.uj.edu.pl/~ufpostaw/wyklad/Wyklad4\\_files/frame.htm](http://users.uj.edu.pl/~ufpostaw/wyklad/Wyklad4_files/frame.htm)

Uproszczony model pasmowy metalu (bariera o wysokości  $\varphi$ )



$\varphi$  – praca wyjścia z metalu  
 $E_F$  – poziom Fermiego

# Wnikanie do bariery wg. m. kwantowej



Na zewnątrz  $x < 0$

$$H = -(\hbar^2/2m) (d^2/dx^2)$$

Wewnątrz  $x \geq 0$

$$H = -(\hbar^2/2m) (d^2/dx^2) + V$$

Szukamy rozwiązań w postaci:

A)  $\psi(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx}$

$$k = \sqrt{(2mE / \hbar^2)}$$

B)  $\psi(x) = C e^{ik'x} + D e^{-ik'x}$

$$k' = \sqrt{2m(E - V) / \hbar^2}$$

**Elektron uwięziony w metalu**

Wewnątrz bariery  $k'$  jest urojone  $k' = i\chi$

$$\psi(x) = C e^{-\chi x} + D e^{\chi x}$$

$\rightarrow \infty$  więc  $D=0$

Prawdopodobieństwo znalezienia elektronu wewnątrz bariery (obszar B)

$$P = |\psi(x)|^2 = |C|^2 e^{-2\chi x}$$

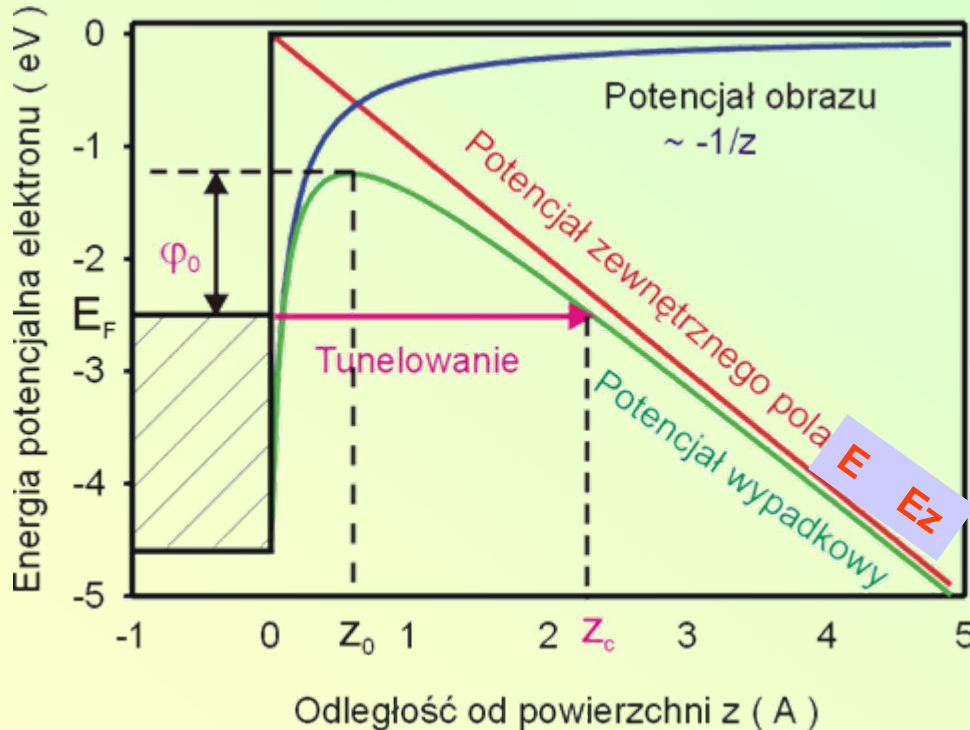
$$\chi = (2m(V - E) / \hbar^2)^{1/2} = (2m\phi / \hbar^2)^{1/2}$$

$\phi$  - praca wyjścia z metalu

**Funkcja falowa elektronu nie kończy się na powierzchni metalu, lecz wnika do próżni. Prawdopodobieństwo znalezienia elektronu w próżni  $\sim \exp(-2\chi x)$**

# Bariera dla metalu w polu elektrycznym E

Tłumaczy 'zimną emisję' elektronu z metalu



W miarę oddalania się od powierzchni metalu elektron będzie „odczuwał” następujący potencjał  $V(z)$

$$V(z) = V_{\text{metal}} + V_{\text{obraz}} + V_{\text{pole}}$$

$$V_{\text{pole}} = - E \cdot z$$

$$V_{\text{obraz}} = -1/(4\pi\epsilon_0) e/(2z)$$

$\phi_0$  – efektywna wysokość bariery (można ją znaleźć z warunku  $V(z_0)$ )

$E_F$  – położenie poziomu Fermiego

Prawdopodobieństwo przejścia przez barierę liczone w metodzie WKB (Wigner, Kramers, Brillouin)

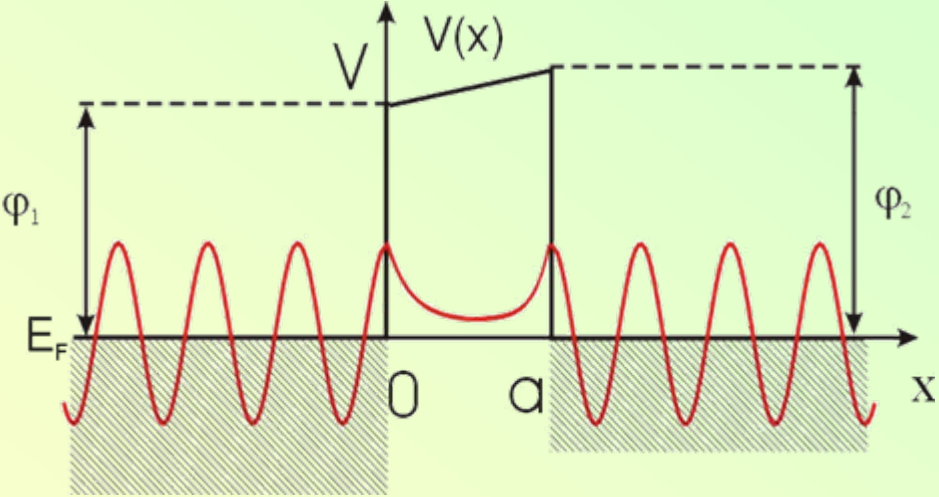
$$P \sim \exp\left[-2^{3/2} m^{1/2} / \hbar \int_0^{z_c} (V(z) - E)^{1/2} dz\right]$$

$E$  – energia kinetyczna cząstki o masie  $m$

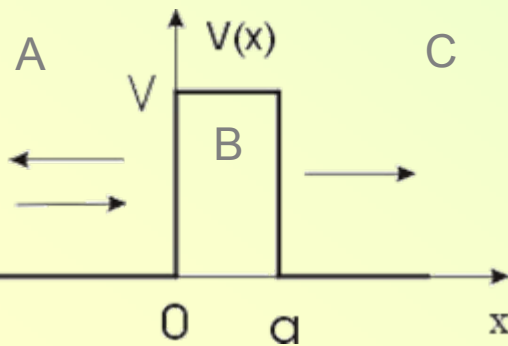
$V(z)$  – energia potencjalna elektronu

$z_c$  – szerokość bariery

# Przejsięcie przez barierę – inne podejście



**D=0** bo brak ruchu w kierunku -x o obszarze C



$$H = -(\hbar^2 / 2m)(d^2 / dx^2) \text{ na zewnatrz bariery}$$

$$H = -(\hbar^2 / 2m)(d^2 / dx^2) + V \text{ wewnatrz bariery}$$

$$V = (\varphi_1 + \varphi_2)/2$$

Dla  $x \leq 0$

$$\psi(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx}$$

Dla  $x \geq a$

$$\psi(x) = C e^{ikx} + D e^{-ikx}$$

Dla  $0 \leq x \leq a$

$$\psi(x) = E e^{ik'x} + F e^{-ik'x}$$

, gdzie  $k' = \sqrt{2m(E - V) / \hbar^2}$

**F=0** by  $\psi \rightarrow \infty$

**Warunki brzegowe:**

$$k' = i\chi$$

$$\chi = \sqrt{2m(V - E) / \hbar^2}$$

$\psi(x)$  i  $d\psi/dx$  muszą być ciągłe w  $x=0$  i w  $x=a$

Ostatecznie otrzymujemy, że współczynnik przejścia

$$\left| \frac{C}{A} \right|^2 = \frac{1}{\left[ 1 + \frac{V \sinh^2(\chi a)}{4E(V - E)} \right]}$$



# Prawdopodobieństwo tunelowania

$$P = \left| \frac{C}{A} \right|^2 = \frac{1}{\left[ 1 + \frac{V \sinh^2(\chi a)}{4E(V-E)} \right]}$$

Prawdopodobieństwo tunelowania  $P$  dla  $|\chi| a \gg 1$

$$P \propto e^{-2|\chi| a}$$

$$\chi = \sqrt{2m \phi / \hbar^2}$$

# Bariera z polem elektrycznym - inaczej

<http://ece-www.colorado.edu/~bart/book/msfield.htm>

For a slowly varying potential the amplitude of the wave function at  $x = L$  can be related to the wave function at  $x = 0$  :

$$\Psi(L) = \Psi(0) \exp\left(-\int_0^L \frac{\sqrt{2m^* [V(x) - E]}}{\hbar} dx\right)$$

From this - the tunneling probability,  $Q$ , can be calculated for a triangular barrier for which

$$V(x) - E = q \phi_B (1 - x/L)$$

the tunneling probability then becomes:  
where the electric field equals  $E = \phi_B/L$ .

$$\Theta = \frac{\Psi(L) \Psi^*(L)}{\Psi(0) \Psi^*(0)} = \exp\left(-2 \int_0^L \frac{\sqrt{2m^*}}{\hbar} \sqrt{q \phi_B (1 - \frac{x}{L})} dx\right)$$

$$\Theta = \exp\left(-\frac{4 \sqrt{2qm^*} \phi_B^{3/2}}{3 \hbar \mathcal{E}}\right)$$

The tunneling current is obtained from the product of the carrier charge, velocity and density. The velocity equals the Richardson velocity, the velocity with which on average the carriers approach the barrier while the carrier density equals the density of available electrons multiplied with the tunneling probability, yielding:

$$J_n = q v_R n \Theta$$

The tunneling current therefore depends exponentially on the barrier height to the 3/2 power and also exponentially on electric field intensity

# Równanie Fowlera- Nordheima

Dokładną gęstość prądu tunelowania  $j$  można wyliczyć z zależności

$$j = 1.54 \times 10^{-6} E^{2/\phi} f^2(y) \exp[-6.83 \times 10^7 \phi^{3/2} f(y)/E]$$

gdzie  $f(y)$  jest stabelaryzowaną funkcją bezwymiarowego parametru  $y$

$$y = e^{3/2} E^{1/2} / \phi$$

Powyższe równanie można zapisać w postaci

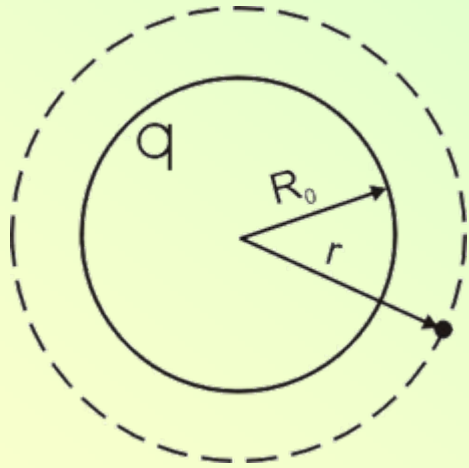
$$I = a U^2 \exp(-b \phi^{3/2} / cU)$$

Gdzie  $a, b, c$  są stałymi,  $I$  prądem emisji, a  $U$  przyłożonym napięciem.

## Wnioski dla konstruktora aparatu do pomiaru efektu tunelowego

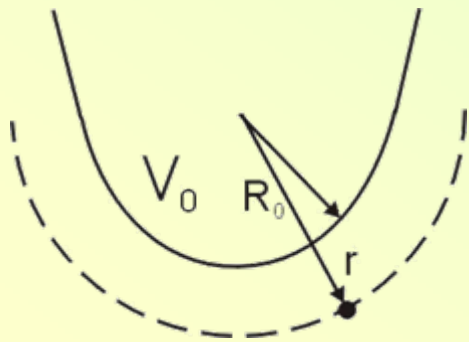
- Aby zwiększyć natężenie prądu tunelowania (intensywność procesu) należy (dla danej bariery potencjału) zwiększyć maksymalnie natężenie pola elektrycznego  $E$
- *Jak uzyskać 'duże'  $E$  ?*

# Jak uzyskać duże E?



$$E \sim q/r^2$$

$$\text{dla } r \geq R_0$$



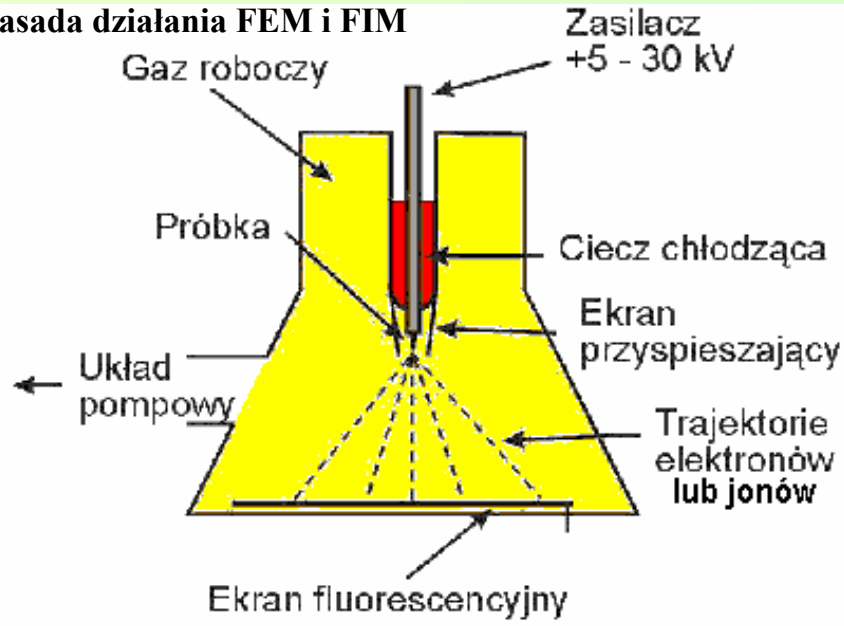
$$R_0 \text{ i } r \rightarrow 0 \quad \rightarrow \quad E \rightarrow \infty$$



**Szukamy 'elektrod' o ostrych końcach**

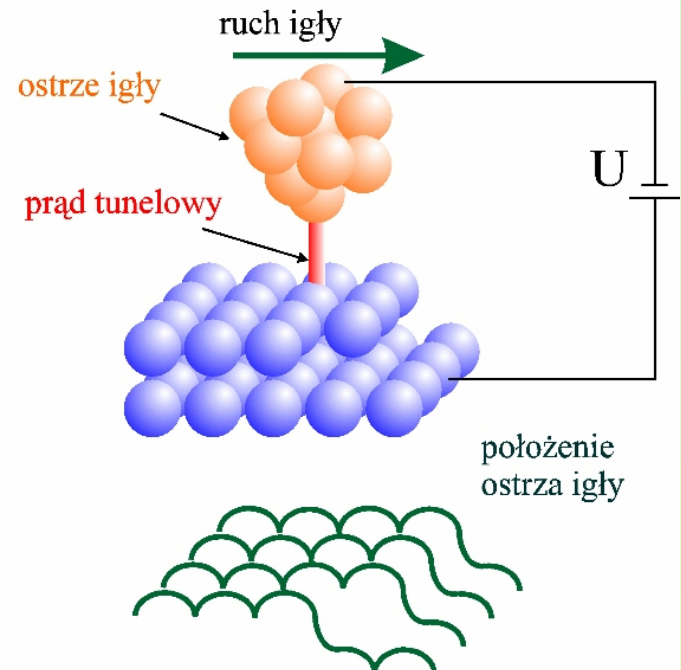
# Pomysły na 3 mikroskopy 'tunelowe'

## Zasada działania FEM i FIM



Mikroskop z emisją z próbki w formie ostrza albo elektronów (**1 - polowy elektronowy FEM**) lub jonów (**2 - polowy jonowy FIM**)

## Zasada działania STM



Mikroskop z prądem tunelowym między ruchomą sondą (ostrzem) a atomami próbki (**3 – skaningowy STM**)